МБОУ «Лицей № 177 » Ново-Савиновского района г. Казани

Всероссийская научно-практическая конференция обучающихся "Познаём. Исследуем. Проектируем"

Секция: «Математика»

Исследовательская работа
на тему:

«Способы умножения и секреты таблицы умножения»

Работу выполнил: Гарифуллин Арслан Русланович, ученик 3 «Б» класса МБОУ «Лицей №177» Ново-Савиновского р-на г. Казани РТ

Руководитель: Гурина Галина Владимировна, учитель начальных классов

Казань, 2021

Оглавление

Введение

Во все времена математика была и остается одним из основных предметов в школе, потому что математические знания необходимы всем людям. Математика развивает способность к логическому мышлению, что позволяет человеку жить интересно и никогда не скучать. Эта прекрасная наука развивает умение мыслить нестандартно, находить выход из любых ситуаций.

В наш век высоких технологий и повсеместного использования компьютера умение быстро и правильно производить в уме достаточно сложные вычисления ни в коем случае не утратило своей актуальности. Гибкость ума является предметом гордости людей, а способность, например, быстро производить в уме вычисления вызывает откровенное удивление.

Те способы вычислений, которыми мы пользуемся сейчас, не всегда были так просты и удобны. В старину пользовались более громоздкими и медленными приемами. И если бы школьник 21 века мог перенестись на пять веков назад, он поразил бы наших предков быстротой и безошибочностью своих вычислений. Молва о нем облетела бы окрестные школы и монастыри, затмив славу искуснейших счетчиков той эпохи, и со всех сторон приезжали бы учиться у нового великого мастера. Особенно трудны в старину были действия умножения и деления. Тогда не существовало одного выбранного практикой приема для каждого действия. Напротив, в ходу была одновременно чуть не дюжина различных способов умножения и деления – приемы один другого запутаннее, запомнить которые не в силах был человек средних способностей. Каждый учитель счетного дела держался своего излюбленного приема, каждый «магистр деления» восхвалял собственный способ выполнения этого действия. В книге В. Беллюстина «Как постепенно дошли люди до настоящей арифметики» изложено 27 способов умножения, причем автор замечает: «весьма возможно, что есть и еще способы, скрытые в тайниках книгохранилищ, разбросанные в многочисленных, главным образом, рукописных сборниках». И все эти приемы умножения – «шахматный или органчиком», «загибанием», «крестиком», «решеткой», «задом наперед», «алмазом» и прочие соперничали друг с другом и усваивались с большим трудом.

Проанализировав много информации, мы открыли для себя очень интересные исторические данные о необычных способах быстрого счёта, способов умножения, способов быстрого запоминания таблицы умножения. Приложив немного усилий, мы теперь сможем и сами вести быстрый счёт и поделиться этими познаниями с одноклассниками и со знакомыми. Такие навыки помогут человеку в учёбе, в быту, в профессиональной деятельности.

<u>Актуальность работы:</u> не смотря на то, что наша жизнь в последние годы стала значительно легче благодаря обилию доступных электронных счетных устройств, навык быстрых и удобных вычислений не потерял своей актуальности для человека. Поэтому в своей работе мы хотим показать, как можно считать быстро и правильно и что процесс выполнения действий может быть не только полезным, но и интересным занятием.

<u>Проблема</u>: Проблема, которую мы хотим решить, заключается в снижении интереса учащихся к математическим действиям.

<u>Гипотеза исследования:</u> показать, что применение нестандартных приемов и способов в формировании вычислительных навыков повышает вычислительную культуру учащихся, усиливает интерес учащихся к математике и содействует развитию математических способностей.

<u>Цель:</u> изучить приемы быстрого счета и секреты умножения, показать, как интересно и удобно можно изучать математику.

<u>Задачи:</u>

- познакомится с историей создания умножения;
- изучить различные способы умножения;

- научиться умножать числа легко, быстро и удобно;
- донести найденную информацию до наших сверстников;

Объектом нашего исследования являются приемы быстрого счета, математическое действие – умножение.

Методы исследования: сбор материала по теме, его анализ и обработка, оформление работы, создание презентации и социологический опрос одноклассников.

Практическая значимость работы: Материал данной работы можно рекомендовать к использованию на уроках математики в качестве дополнительного материала, с целью появления заинтересованности к учебному предмету и пробуждения желания к изучению математики у учеников, а также для расширения их кругозора.

1. Первые ступени вычислений

В начале развития общества, когда человеку не требовались большие числа, люди для счета обходились пальцами одной руки, потом двух, потом пальцами рук и ног. Позже все чаще возникала необходимость пересчитывать такое количество предметов, на которое пальцев не хватало. Постепенно были придуманы новые приемы счета. В Африке некоторые племена до сих пор считают на камешках и орехах. Доходя до 5, складывают их отдельно в маленькую кучку. Жители островов Тихого океана ведут счет на кокосовых черепках, откладывая маленький черепок каждый раз, как они доходят до 10, и большой, когда доходят до 100.

Люди научились считать еще в каменном веке. Числа служили для счета предметов, дней, шагов и так далее. На местах стоянок первобытных людей ученые находили кости с зарубками — так наши далекие предки фиксировали количество предметов. Но количество предметов то увеличивалось, то уменьшалось, поэтому важно было уметь складывать и вычитать. Помогал в этом нашим далеким предкам их первобытный компьютер — десять пальцев на руках. Загибал человек пальцы — складывал, разгибал — вычитал. Точно так же, как делает это каждый маленький ребенок, когда учится считать. Сотни лет люди древнего мира выполняли сложение подобным же образом, присчитывая к первому данному множеству предметов по одному предмету, взятому из второго множества, до тех пор, пока все предметы (члены) второго множества не будут исчерпаны.

Счёт на пальцах — математические вычисления, осуществляемые человеком с помощью сгибания, разгибания или указывания пальцев рук (иногда и ног).

Пальцы рук считаются самым первым счётным инструментом древнего человека. Для человека, который едва умеет считать, этот метод является неоценимым и удобнейшим. В настоящее время этот метод используется ограниченно арабскими и индийскими торговцами. В европейских странах используется преимущественно детьми или для отображения цифр жестами, а также ради убедительности в споре по мере перечисления аргументов либо судьёй в боксе при отсчете секунд во время нокдауна.

Методы пальцевого счета отличались в разных странах. Рассмотрим, как считали на пальцах в Китае, в Японии и на Руси.

Китайский метод счёта основан на количестве и символике пальцев. Стоит заметить, что в некоторых провинциях жесты могут отличаться.

0 — сложенный кулак; 1 — разжатый указательный палец; 2 — разжаты и растопырены указательный и средний пальцы; 3 — разжаты и растопырены указательный, средний и безымянный пальцы; 4 — кроме прижатого к ладони большого пальца, остальные разжаты; 5 — открытая ладонь и т.д.

В Японии счет начинается с открытой ладони. Поджатый большой палец представляет число 1, мизинец является числом 5. Таким образом, пальцы, сложенные в кулак, указывает на число 5. Затем совершается обратное действие: число 6 обозначается разжатым мизинцем. Возврат к открытой ладони означает число 10. Например, число 7 отображают указательный и средний палец.

Русский счёт на пальцах до десяти, начинается с загибания мизинца левой руки и последовательно ведётся до загнутого большого пальца правой руки. Но когда требуется наглядно показать количество, рука сжимается в кулак и сначала разжимается указательный палец, затем средний, безымянный, мизинец и большой.

Но с развитием цивилизации людям потребовалось изобретать все большие и большие числа. Этот процесс продолжался на протяжении многих столетий и потребовал напряженного интеллектуального труда. Знания и навыки по приемам счета и вычислениям накапливались одновременно во многих странах Древнего мира: в Вавилоне, Китае, Индии, Египте. Только после того как была изобретена позиционная система счисления и числа стали записывать цифрами, подобно тому, как это делаем мы, индийские мудрецы нашли способ сложения чисел в письменном виде. При вычислениях они записывали числа палочкой на песке, насыпанном на специально приготовленную доску. Цифры, изображенные на песке, легко было стирать, а на их месте записывать другие. Вероятно, этим можно объяснить некоторые особенности индийского приема сложения чисел. В Древней Индии было принято записывать слагаемые в столбик — одно под другим; сумму же записывали над слагаемыми, сложение начинали с наивысшего разряда, т. е. слева направо. Если записанная в сумме цифра при сложении последующего низшего разряда изменялась, то ранее записанную цифру стирали, а на ее место вписывали новую. Индийский прием сложения позаимствовали математики Среднего и Ближнего Востока, а от них в начале 9 века он перекочевал в Европу. В начале 15 века действие сложения стали обозначать начальной буквой слова плюс (в латинском алфавите — «P»), которое означало «сложить». К концу того же века отдельные математики стали обозначать сложение знаком «+», который вскоре получил всеобщее признание. Это быстрое признание нового знака произошло, видимо, потому, что его начертание напоминает сложение двух палочек.

Прошли многие тысячи лет. Развились обмен и торговля, которые потребовали от людей новых навыков в счете, в действиях с числами. Так постепенно возникло умножение.

Умножение — это особый случай сложения нескольких одинаковых чисел. В далекие времена люди учились умножать уже при счете предметов. Так, считая по порядку числа 17, 18, 19, 20, они должны были представлять 20 не только как 10+10, но и как два десятка, то есть 2 • 10; 30 — как три десятка, то есть три раза повторить слагаемым десяток — 3•10 — и так далее.

Умножать люди начали значительно позже, чем складывать. Египтяне выполняли умножение посредством повторного сложения или последовательного удвоения. В Вавилоне при умножении чисел пользовались специальными таблицами умножения — «предками» современных.

В Древней Индии применяли способ умножения чисел, тоже довольно близкий к современному способу. Индусы производили умножение чисел, начиная с высших разрядов. При этом они стирали те цифры, которые при последующих действиях надо было заменять, так как к ним прибавляли число, ныне запоминаемое нами при умножении. Таким образом, математики Индии сразу записывали произведение, выполняя промежуточные вычисления на песке или в уме.

Индийский прием умножения перешел к арабам. Но арабы не стирали цифры, а перечеркивали их и надписывали новую цифру над перечеркнутой.

В Европе продолжительное время произведение называли сумма умножения. Название «множитель» упоминается в работах 6 веке, а «множимое» — в 13 веке. В 17 веке некоторые из математиков стали обозначать умножение косым крестиком — «×», а иные употребляли для этого точку. В 16—17 веках для обозначения действий применяли различные символы — единообразия в их употреблении не было. Только в конце 18 веке большинство математиков стали употреблять в качестве знака умножения точку, но допускали и употребление косого креста. Знаки умножения (•,×) и знак равенства (=) стали общепризнанными благодаря авторитету знаменитого немецкого математика Готфрида Вильгельма Лейбница (1646—1716).

2. Умножение в разных странах

Умножение чисел – это очень простая операция, фактически то же самое, что и суммирование. Конечно, пока сами числа не большие. Например, в случае умножения чисел 235 × 4596, число 4596 придется сложить 235 раз! Или наоборот, 235 сложить 4596 раз…

Слово «сложить» употреблено не зря. Вот простой способ в этом убедится. Нужно взять листок бумаги сложить его 5 раз в одном направлении, а потом 3 раза в другом. Получится действие 5 × 3. Считаем получившиеся от сгибания прямоугольники — их 15. Это то же самое, если бы мы взяли 3 полоски ткани (или чего угодно) длинной 5 и сложили вместе. Как ни крути, а получается — 15!

Так как наука формировалась одновременно в разных уголках нашей планеты, то в разных странах изобрели и применяли разные способы умножения. Давайте рассмотрим наиболее интересные и простые способы умножения.

2.1. Умножение на пальцах.

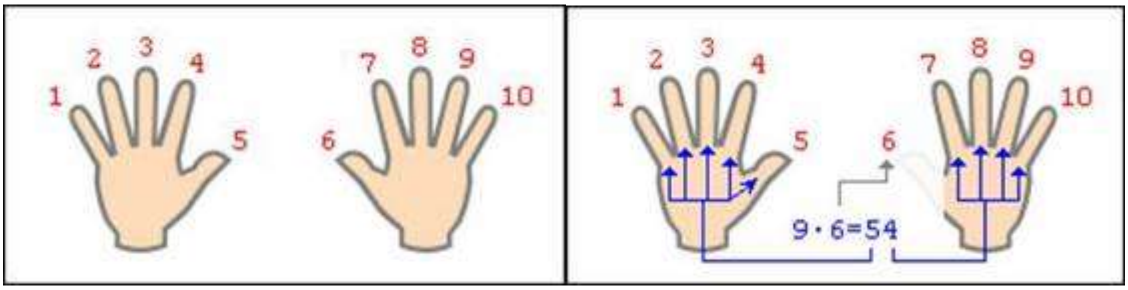
Древнерусский способ умножения на пальцах является одним из наиболее употребляемых методов, которым успешно пользовались на протяжении многих столетий русские купцы. Они научились умножать на пальцах однозначные числа от 6 до 9. При этом достаточно было владеть начальными навыками пальцевого счета «единицами», «парами», «тройками», «четверками», «пятерками» и «десятками». Пальцы рук здесь служили вспомогательным вычислительным устройством. При умножении руки располагаются естественным образом, ладонями к себе. Для этого на одной руке вытягивали столько пальцев, на сколько первый множитель превосходит число 5, а на второй делали то же самое для второго множителя. Остальные пальцы загибали. Потом бралось число (суммарное) вытянутых пальцев и умножалось на 10, далее перемножались числа, показывавшие, сколько загнуто пальцев на руках, а результаты складывались. Например, умножим 7 на 8. На одной руке возьмем столько пальцев, на сколько 7 больше 5, т. е. 2 пальца, а на другой – столько, на сколько другой множитель больше 5, т. е. 3 пальца. Два пальца на одной руке да три пальца на другой руке составят десятки. Получим 5 десятков. К этим пяти десяткам прибавим произведение чисел загнутых пальцев. То есть, в рассматриваемом примере будет загнуто 2 и 3 пальца. Если сложить количества загнутых пальцев (2 + 3 = 5) и перемножить количество не загнутых пальцев (2×3 = 6), то получается соответственно числа десятков и единиц искомого произведения 56. Так можно вычислять произведение любых однозначных чисел, больше 5.

Особо, хотелось бы отметить умножение на число 9, методом «умножения на пальцах».

Растопырьте пальцы на обеих руках и поверните руки ладонями от себя. Мысленно присвойте пальцам последовательно числа от 1 до 10, начиная с мизинца левой руки и заканчивая мизинцем правой руки. Допустим, хотим умножить 9 на 6. Загибаем палец с номером, равным числу, на которое мы будем умножать девятку. В нашем примере нужно загнуть палец с номером 6. Количество пальцев слева от загнутого пальца показывает нам количество десятков в ответе, количество пальцев справа - количество единиц. Слева у нас 5 пальцев не загнуто, справа - 4 пальца. Таким образом, 9×6=54.

Еще пример: нужно вычислить 9×8. В качестве "счетной машинки" не обязательно могут выступать пальцы рук. Возьмите, к примеру, 10 клеточек в тетради. Зачеркиваем 8-ю клеточку. Слева осталось 7 клеточек, справа - 2 клеточки. Значит 9·8=72. Все очень просто.

Рис. 1. Умножение на 9 с помощью пальцев



2.2. Крестьянский способ умножения

Способ умножения, которым пользовались русские крестьяне, вообще не требует знания таблицы умножения дальше числа 2. Сущность его в том, что умножение любых двух чисел сводится к ряду последовательных делений одного числа пополам при одновременном удвоении другого числа. Деление пополам продолжают до тех пор, пока в частном не получится 1, параллельно удваивая другое число (рис 2). Последнее удвоенное число и дает искомый результат. В случае нечетного числа надо откинуть единицу и делить остаток пополам; но зато к последнему числу правого столбца нужно будет прибавить все те числа этого столбца, которые стоят против нечетных чисел левого столбца. Сумма будет искомым произведением. Произведение всех пар соответственных чисел одинаковое, поэтому 37× 32 = 1184× 1=1184. В случае, когда одно из чисел нечетное или оба числа нечетные, поступаем следующим образом: 24× 17=24× (16+1)= 26× 16+24=384+24=408.

Этот способ использовался для определения площади земельного участка. Например, имеем поле длинной 6 м и шириной 5 м. Чтобы узнать, сколько будет 6 × 5 делаем следующее: левое число делим на 2, а правое умножаем на 2, пока от левого числа не останется единица.

Что происходит при таком способе? Мы разделяем прямоугольник пополам, пока его ширина не станет равняться единице. Делить на два не сложно. Вот только что будет, если одна из сторон не будет делиться на 2? Будет долгий и не такой уж простой процесс.

6 | 2 → 12
6/2=3 | 2×2=**4** → 12
3/2=1,5 | 4×2=**8** → 12
1,5/2=0,75 | 8×2=16 → 12

Если в левой части четное число — эту строку не считаем, если значение меньше единицы — тоже отбрасываем, остается вторая и третья строка, а это 8+4=12.

Нетрудно понять, на чём этот способ основан: произведение не изменяется, если один множитель уменьшить вдвое, а другой вдвое же увеличить. Ясно поэтому, что в результате многократного повторения этой операции получается искомое произведение.

Рассмотрим еще пример: 21× 12 (рис 2) 192 + 48 + 12 = 252

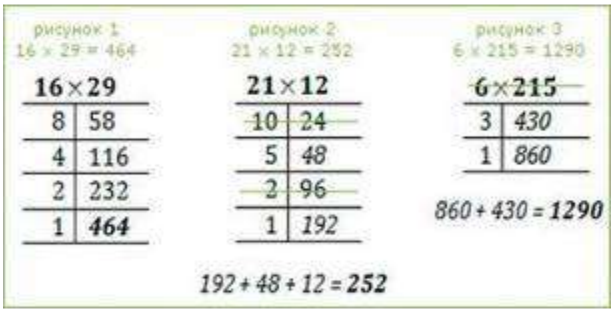
Правильность приёма станет ясна, если принять во внимание, что:

$5 \times 48 = (4 + 1) \times 48 = 4 \times 48 + 48$

$21 \times 12 = (20 + 1) \times 12 = 20 \times 12 + 12$

Ясно, что числа 48, 12, утрачиваемые при делении нечётного числа пополам, необходимо прибавить к результату последнего умножения, чтобы получить произведение. Русский способ умножения и элегантен и экстравагантен одновременно.

Рис. 2. Крестьянский способ умножения

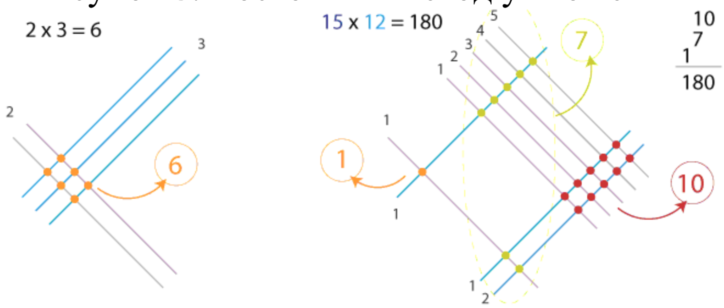


А если представить, что умножит нужно 173 на 735? Нет, такой способ умножения не самый легкий и простой.

2.3. Восточный метод

То ли китайский, то ли японский способ умножения, при помощи линий, он же «графический». Его суть состоит в том, что цифры первого числа изображаются в виде параллельных линий, а второго — перпендикулярных им. Количество пересечений и является результатом умножения. Например, так (рис. 3.): **2 × 3** и даже **15 × 12**

Рисунок 3. Восточный метод умножения



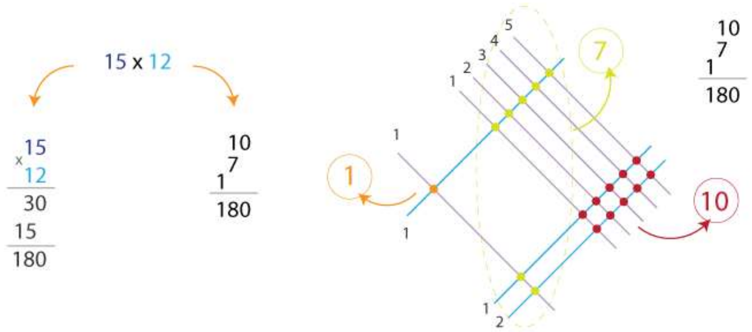
Как работает умножение линиями?

Первое число (фиолетовым цветом на картинке) рисуется так: снизу вверх, слева на право, сначала тысячи, потом сотни, десятки, единицы. Второе число (голубым цветом на картинке) рисуется наоборот: сверху-вниз.

В первом примере все просто 2 и 3. Две линии пересекают 3 другие, получается 6 точек. Во втором, сначала рисуем 15 — единицу (один десяток), потом пять линий изображающих 5 (пять единиц). Потом (12) перпендикулярно ей вторую единицу и 2 линии. Далее нужно посчитать пересечения, но уже в обратном направлении. Начинать справа. В примере это 10, 7 и 1. Результат складывается в столбик, как показано на рисунке 4.

Если сравнить с традиционным «столбиком», может показаться, что графический метод проще.

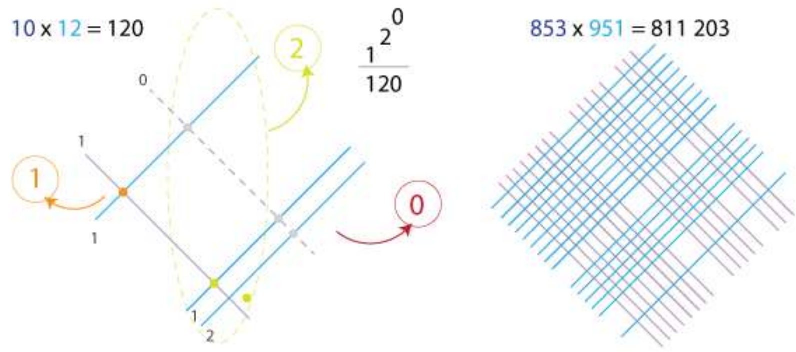
Рисунок 4. Умножение линиями.



А что делать, если нужно умножить 10 на 12? Как изобразить «ноль» линией? Никак, он участия не принимает, можно нарисовать его пунктиром и пересечение не считать, все просто…

Но вот уже в случае 853 × 951 рисовать и считать точки придется очень много. Каждый сам может попробовать перемножить 9878 и 8794 «японским методом» и засечь необходимое время (рис. 5).

Рисунок 5. Восточный метод с нулем.



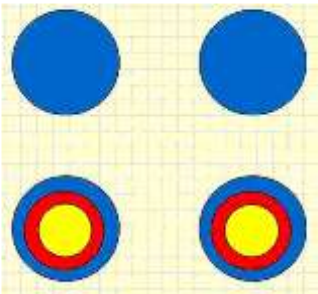
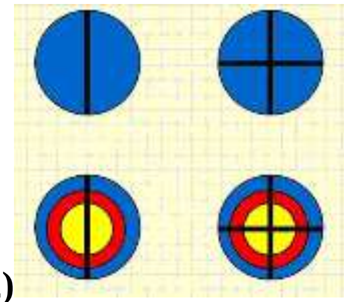
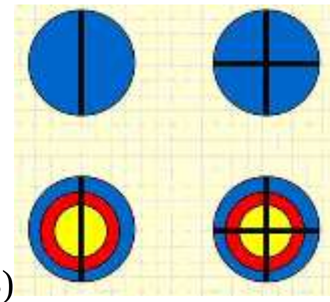
Эта методика не универсальна, совсем не подходит, когда числа достаточно велики, зато ее очень просто объяснить маленьким детям, которые еще не знают таблицу умножения.

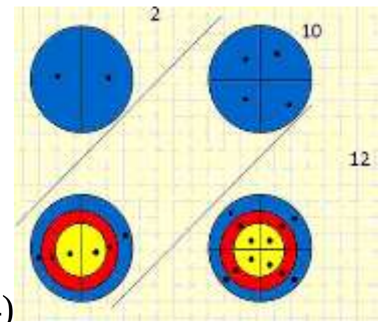
2.4. Японский способ умножения

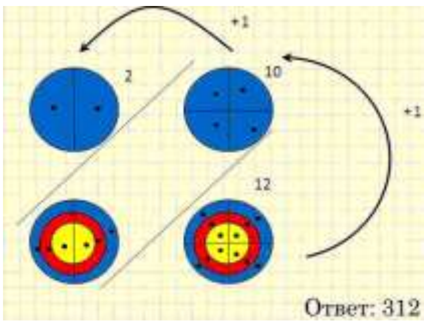
Японский способ умножения – это графический способ с использованием кругов и линий.

Например: умножим 13 на 24**.** Так как второй множитель двузначное число, а первая цифра первого множителя 1, строим два одиночных круга в верхней строке и два троичных круга в нижней строке, так как вторая цифра первого множителя равна 3. Так как первая цифра второго множителя 2, а вторая 4, делим круги первого столбца на две части, второго столбца на четыре. Количество частей, на которые разделились круги и является ответом, то есть 13 х 24 = 312 (рис. 6.).

Рисунок 6. Японский метод умножения.

1) 
2) 
3) 

4) 

5) 

2.5. Китайский способ умножения

Представим метод умножения, который называют китайским. При умножении чисел считаются точки пересечения прямых, которые соответствуют количеству цифр каждого разряда обоих множителей.

Предлагаем Вашему вниманию пример (в правом верхнем углу проверочный столбик).

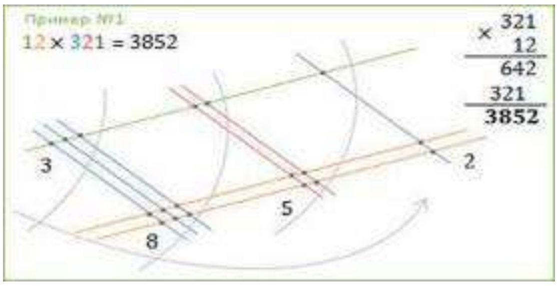
<u>Например:</u> 12 × 321 = 3852

В первом множителе 1 десяток и 2 единицы, значит, строим одну зелёную прямую (1) и ей параллельно две оранжевые прямые (2).

Во втором множителе 3 сотни, 2 десятка и 1 единица. Строим параллельно три голубые (3) прямые, две красные(2) и поодаль одну синию. Прямые, пересекающие прямые первого множителя.

Теперь посмотрим внимательно на рисунок, точки пересечения чисел -палочек на части разделим и приступим к подсчёту точек. Двигаемся справа налево (по часовой стрелке): 2, 5, 8, 3. Число-результат будем «собирать» слева направо (против часовой стрелки), получили 3852.

Рисунок 7. Китайский способ умножения.



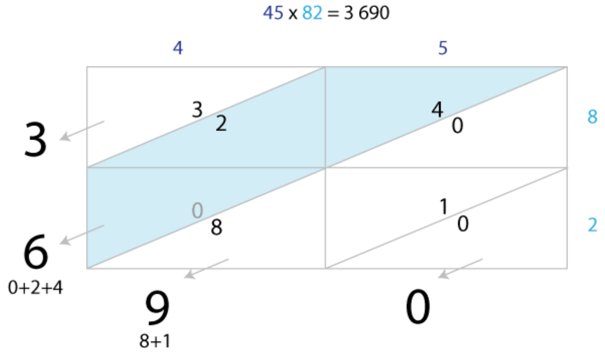
2.6. Метод «Жалюзи» или индийский метод

Самый ценный вклад в сокровищницу математических знаний был совершен в Индии. Индусы предложили употребляемый нами способ записи чисел при помощи десяти знаков: 1,2,3,4,5,6,7,8,9,0. Основа этого способа заключается в идее, что одна и та же цифра обозначает единицы, десятки, сотни или тысячи, в зависимости от того, какое место эта цифра занимает. Занимаемое место, в случае отсутствия каких-нибудь разрядов, определяется нулями, приписываемыми к цифрам. Индусы отлично считали. Они придумали очень простой способ умножения. Они выполняли умножение, начиная со старшего разряда, и записывали неполные произведения как раз над множимым, поразрядно. При этом сразу был виден старший разряд полного произведения и, кроме того, исключался пропуск какой-либо цифры. Знак умножения еще не был известен, поэтому между множителями они оставляли небольшое расстояние.

Например, умножим их способом 385 на 64. Напишем одно число как множимое и под ним другое как множитель. Чтобы легче ориентироваться, можно использовать сетку как образец. Теперь умножаем левую цифру множителя на каждую цифру множимого. Полученные произведения пишем в сетку. Повторим весь процесс с другими цифрами множителя, следуя тем же правилам.

Иначе этот метод называется методом «решетки» либо. Чтобы умножить два числа этим методом, удобнее построить таблицу, которая похожа на решетку либо жалюзи. Рассмотрим следующий пример, умножим 45 на 82. Так как в каждом числе по 2 цифры, таблица будет 2×2. Каждую ячейку нужно перечеркнуть по диагонали. Далее записываем слева на право, и сверху вниз цифры 4, 5, 8, 2 напротив каждой ячейки. Начинаем умножать цифры находящиеся напротив друг друга. 4 на 8, 5 на 8, 4 на 2 и 5 на 2.

Рисунок 8. Умножение методом «Жалюзи».



Результаты записываются в ячейки хитрым способом, десятки над диагональю, а единицы — под ней. Но, если значение меньше 10 (то есть это одна, а не две цифры), то вместо десятки верху пишется «ноль», как при умножении 4×5. Но можно оставить поле пустым. Теперь, чтобы узнать результат, нужно посчитать сумму в каждой диагонали, как показано на картинке. Сверху вниз:

3
0+2+4=**6**
8+1=**9**
0

В результате получаем 3690.

Тоже достаточно простой метод умножения, но только с небольшими значениями. Для умножения трехзначных чисел придется рисовать таблицу размером 3×3=9 ячеек.

2.7. Итальянский способ умножения

Умножение способом «маленький замок»

Умножение чисел сейчас изучают во втором классе школы. А вот в Средние века со всем немногие владели искусством умножения. Русский аристократ мог похвастаться знанием таблицы умножения, даже если он окончил европейский университет. За тысячилетия развития математики было придумано множество способов умножения чисел. Итальянский математик

Лука Пачоли в своем трактате «Сумма знаний по арифметике, отношениям и пропорциональности» (1494 г.) приводит восемь различных методов умножения. Первый из них носит название «Маленький замок», а второе не менее романтичное название «Ревность или решетчатое умножение». Преимущество способа умножения «Маленький замок» в том, что уже с самого начала определяются цифры старших разрядов, а это бывает важно, если требуется быстро оценить величину. Цифры верхнего числа, начиная со старшего разряда, поочередно умножаются на нижнее число и записываются в столбик с добавлением нужного числа нулей. Затем результаты складываются.

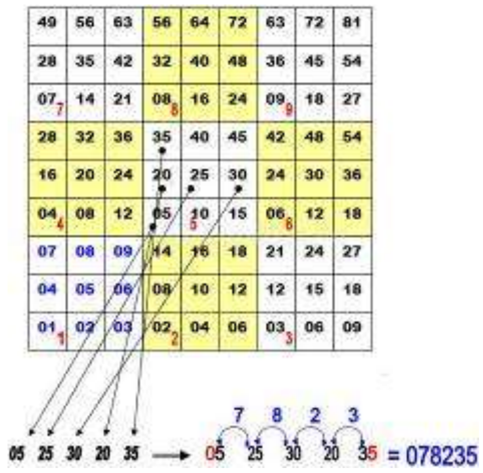
Рисунок 9. Умножение методами «Маленький замок» и «Ревность».

При умножении чисел методом «Ревность» или «решетчатое умножение», сначала рисуется прямоугольник, разделенный на квадраты, причем размеры сторон прямоугольника соответствуют числу десятичных знаков у множимого множителя. Затем квадратные клетки, делятся по диагонали, и «…получается картинка, похожая на решетчатые ставни-жалюзи, - пишет Пачоли. – такие ставни вешались на окна венецианских домов, мешая уличным прохожим видеть, сидящих у окон дам и монахинь». Умножим этим способом 347 на 29. Начертим таблицу, запишем над ней число 347, а справа число 29. В каждую строчку запишем произведение цифр, стоящих над этой клеткой и справа от нее, при этом цифру десятков произведения напишем над косой чертой, а цифру единиц – под ней. Теперь складываем числа в каждой косой полосе, выполняя эту операцию, справа налево. Если сумма окажется меньше 10, то ее пишем под нижней цифрой полосы. Если сумма окажется больше 10, то пишем только цифру единиц суммы, а цифру десятков прибавляем к следующей сумме. В результате получаем искомое произведение 10063.

2.8. Новый способ умножения Оконешникова

Интересен новый способ умножения, о котором недавно появились сообщения. Изобретатель новой системы устного счета кандидат философских наук Василий Оконешников утверждает, что человек способен запоминать огромный запас информации, главное - как эту информацию расположить. По мнению самого ученого, наиболее выигрышной в этом отношении является девятиричная система – все данные просто располагают в девяти ячейках, расположенных, как кнопочки на калькуляторе. Считать по такой таблице очень просто. К примеру, умножим число 15647 на 5. В таблицы, соответствующей пятерке, выбираем числа, соответствующие цифрам числа по порядку: единице, пятерке, шестерке, четверке и семерке. Получаем: 05 25 30 20 35. Левую цифру (в нашем примере – ноль) оставляем без изменений, а следующие цифры складываем попарно: пятерку с двойкой, пятерку с тройкой, ноль с двойкой, ноль с тройкой. Последняя цифра также без изменений. В итоге получаем: 078235. Число 78235 и есть результат умножения. Если же при сложении двух цифр получается число, превосходящее девять, то его первая цифра прибавляется к предыдущей цифре результата, а вторая пишется на «свое» место.

Рисунок 10. Умножение методом Оконешникова.



2.9. Умножение «Способом молнии»

В одной старинной русской рукописи описывается интересный прием «умножения крестиком», применявшийся еще в древней Индии под названием «молниеносного».

Пример: 98 × 76 = 1173 (рис. 11)

Последовательно производим следующие действия:

1) 8 × 6 = 48.

8 – это последняя цифра результата, 4 – запоминаем.

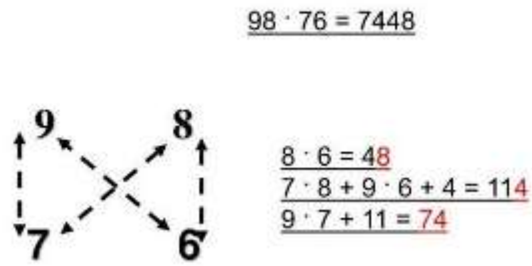
2) 7 × 8 +9 × 6 +4 = 114.

4 – предпоследняя цифра в ответе, 11 – запоминаем.

3) 9 × 7 +11= 74 – это первые цифры в ответе.

Ответ: 7448.

Рис. 11. Умножение крестиком

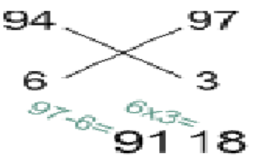


2.8. Умножение «Крест–накрест»

Например, умножим 94 на 97 (рис. 12). Под каждым из чисел напишем дополнение до ста (т.е. сколько не хватает до 100). Числу 94 до ста не хватает 6, числу 97 не хватает 3. Соединяем числа крест-накрест. Выберем любой из множителей (93 или 94). Допустим 94, противоположное число 3, вычитаем, получается 91, это первая цифра ответа. Вторая цифра равна произведению остатков 6×3=18.

Ответ 9118.

Рис. 12. Умножение «Крест-накрест»



3. Какой метод умножения удобнее использовать?

Исследовав все представленные выше способы умножения, можно сделать вывод, что все эти методы схожи со знакомым нам методом умножения «столбиком». Все операции разбиваются на более мелкие, производится перемножение и суммирование. Только в восточных способах (восточный, китайский, японский) умножение как таковое не используется, вместо него пересечение линий. В этом варианте можно обойтись без знания таблицы умножения, но придется много рисовать, что повышает вероятность совершить ошибку при пересчете точек пересечения.

Знать нетрадиционные методики интересно и даже полезно, но школьная таблица умножения и столбик, все же быстрее и удобнее. Если, конечно, не считать калькулятор. Теперь разберемся, что такое «умножение», какие есть правила умножения и какие секреты скрывает таблица умножения?

4. Понятие умножения.

4.1. Суть умножения. Множимое, множитель и произведение. Проверка умножения.

Умножение – одна из основных математических операций над двумя аргументами (множителями или сомножителями). Иногда первый аргумент называют множимым, а второй множителем. Результат умножения двух аргументов называется их произведением.

Умножение имеет различный конкретный смысл и соответственно различные конкретные определения в зависимости от конкретного вида множителей и произведения. В начальной школе мы изучаем натуральные числа, поэтому далее будем рассматривать умножение натуральных чисел.

Так, для натуральных чисел умножение определяется как многократное сложение – чтобы умножить число a на число b надо сложить b чисел a. Другими словами, умножение – это арифметическое действие, с помощью которого находят сумму одинаковых слагаемых.

Пример. Во дворе посадили 3 ряда елок, по 4 елки в каждом ряду. Сколько елок посадили во дворе?

Чтобы ответить на этот вопрос, надо найти сумму 3 слагаемых, каждое из которых равно 4.

4 + 4 + 4 = 12.

Складывая 3 раза по 4 елки, мы получим общее количество елок во всех трех рядах.

Умножить – значит повторить одно число слагаемым столько раз, сколько в другом содержится единиц.

Для записи умножения используется знак x (*косой крест*), · (*точка*) или * (в программировании), который ставится между числами. Например:

4 x 3 или 4 · 3

Эта запись означает, что 4 надо умножить на 3. Справа от записи умножения ставится знак = (*равно*), после которого записывается полученный результат: 4 · 3 = 12.

Умножение – это краткая запись сложения одинаковых слагаемых.

Пример. Умножить 6 на 5 — это значит найти сумму пяти слагаемых, каждое из которых равно шести: 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 30.

Сократим запись, заменив сложение на умножение: 6 · 5 = 30.

Оба выражения равны: 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 6 · 5 = 30,

но для краткости записей лучше всегда использовать умножение, когда число одинаковых слагаемых больше двух.

Множимое, множитель и произведение

Множимое — это число, которое умножают. Множитель — это число, на которое умножают.

Например, в записи: 4 · 3, 4 — это множимое, 3 — множитель. Множимое является числом, которое выступает в качестве слагаемого. Множитель — это число, которое указывает количество одинаковых слагаемых.

Произведение — это число, которое получается в результате умножения. Например, в записи: $4 \cdot 3 = 12$, 12 — это произведение. При этом сама запись $4 \cdot 3$ тоже называется произведением.

$$\underbrace{4}_{\text{множимое}} \cdot \underbrace{3}_{\text{множитель}} = \underbrace{12}_{\text{произведение}}$$

Эту запись можно прочитать так: произведение четырёх и трёх равно двенадцати, четыре умножить на три равно двенадцати, по четыре взять три раза, получится двенадцать.

Множимое и множитель иначе называются множителями и сомножителями.

Проверка умножения

Рассмотрим выражение: $4 \cdot 3 = 12$,

где 4 — это множимое, 3 — это множитель, а 12 — произведение. Чтобы узнать правильно ли было выполнено умножение, можно:

1. Разделить произведение на множитель, если получится число, равное множимому, то умножение было выполнено верно: $12 : 3 = 4$.
2. Разделить произведение на множимое, если получится число, равное множителю, то умножение выполнено верно: $12 : 4 = 3$.

Умножение двух чисел можно проверить делением, для этого произведение делят на один из сомножителей, если частное окажется равно другому сомножителю, то умножение выполнено верно.

4.2. Законы умножения

Сочетательный закон

Чтобы произведение двух множителей умножить на третий множитель, можно первый множитель умножить на произведение второго и третьего множителей.

Например:

$(7 \cdot 6) \cdot 5 = 7 \cdot (6 \cdot 5) = 210$

$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

Переместительный закон

От перестановки множителей произведение не меняется.

Например:

$7 \cdot 6 \cdot 5 = 5 \cdot 6 \cdot 7 = 210$

$a \cdot b \cdot c = c \cdot b \cdot a$

Распределительный закон

Чтобы умножить число на сумму, можно умножить это числона каждое из слагаемых и полученные произведения сложить.

Например:

$7 \cdot (6 + 5) = 7 \cdot 6 + 7 \cdot 5 = 77$

$a \cdot (b + c) = ab + ac$

Распределительный закон распространяется и на действие вычитания.

Например:

$7 \cdot (6 - 5) = 7 \cdot 6 -7 \cdot 5 = 7$

Законы умножения распространяются на любое количество множителей в числовом или буквенном выражении. Распределительный закон умножения используется для вынесения общего множителя за скобки.

Чтобы преобразовать сумму (разность) в произведение, достаточно вынести за скобки одинаковый множитель слагаемых, а оставшиеся множители записать в скобках суммой (разностью).

Например:

$7 \cdot 8 - 7 \cdot 5 = 7 \cdot (8 - 5)$

$a\,b + ac = a \cdot (b + c)$

Вынесение множителя за скобки для больших числовых или буквенных выражений можно производить по группам слагаемых.

Например:

$3 \cdot 6 + 9 \cdot 6 - 4 \cdot 8 = 6 \cdot (3 + 9) - 4 \cdot 8$

$ab + bc - df - af = b \cdot (a + c) - f \cdot (d + a)$

$c \cdot (a + b) - d \cdot (a + b) = (a + b) \cdot (c - d)$

4.3. Правила умножения

При умножении натуральных чисел произведение всегда число положительное.

Если один из множителей равен 0 (нулю), то произведение равно 0.

Если произведение равно нулю, то хотя бы один из множителей равен 0.

Если один из двух множителей равен 1 (единице), то произведение равно второму множителю.

Умножение на 11

А) Чтобы умножить число на 11, сумма цифр которого равна 10 или меньше 10, надо мысленно раздвинуть цифры этого числа, поставить между ними сумму этих цифр.

$32 \times 11 = 3(3+2)2 = 352$;

$35 \times 11 = 3(3+5)5 = 385$;

Б) Чтобы умножить на 11 число, сумма цифр которого 10 или больше 10, надо мысленно раздвинуть цифры этого числа, поставить между ними сумму этих цифр, а затем к первой цифре прибавить 1, а вторую и последнюю (третью) цифру оставить без изменения.

78×11= 7(7+8)8 = 7(15)8 = 858;

94×11= 9(9+4)4 = 9(13)4 =1034;

Умножение на 12

Чтобы умножить на 12 число, надо:

1. последнюю цифру множимого удваиваем и записываем как самую правую цифру результата;
2. каждую следующую цифру множимого удваиваем и складываем со своим правым соседом и записываем в результат (если ответ содержит больше одной цифры, то просто переносим 1 или 2 в следующий разряд);
3. первую цифру множимого ставим самой левой цифрой результата.

124 × 12 =1 4 8 8;

4 × 2 = 8; 2 × 2 + 4 = 8; 1 × 2 + 2 = 4

Умножение двузначного числа на 101.

Чтобы умножить двузначное число на 101, надо рядом записать полное число два раза.

36 × 101 = 3636.

Умножение двузначного числа с суммой цифр, меньшей 10, на 111.

Находим сумму цифр данного двузначного числа (4 + 2 = 6). Раздвигая цифры множимого, дважды пишем между ними сумму цифр данного двузначного числа.

42 × 111 = 4662

Чтобы умножить число на 5, 25, 125,

достаточно разделить его соответственно на 2, 4, 8 и умножить на 10, 100, 1000.

Например:

1246 × 5 = 6230, так как 1246 : 2 = 623;

6428 × 25 = 160700, так как 6428 : 4 = 1607;

8032 × 125 = 1004000, так как 8032 : 8 = 1004.

Умножение методом Ферроля.

Для умножения единиц произведения перемножают единицы множителей, для получения десятков, умножают десятки одного на единицы другого и наоборот и результаты складывают. Для получения сотен перемножают десятки. Методом Ферроля легко перемножать устно двухзначные числа от 10 до 20.

Например:

12×14=168

2×4=8, пишем 8

1×4+2×1=6, пишем 6

1×1=1, пишем 1

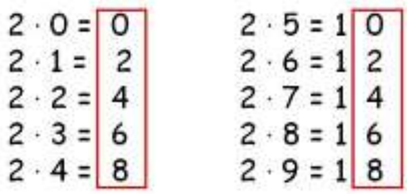
<u>Простое умножение чисел близких к 100.</u>

Например, нам надо перемножить числа 96 и 97.

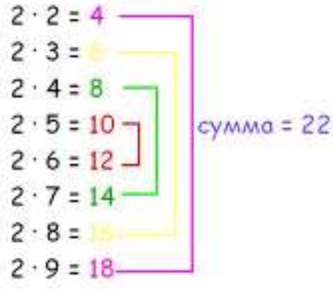
Не надо бросаться за калькулятором или начинать считать столбиком. Мы найдем вспомогательные числа. Их находим вычитанием доступного нам числа от 100. В нашем случае получается, что вспомогательные числа это 4 и 3. Дальше можем забыть о данных нам числах. Теперь, найдем цифры стоящие в начале необходимого на числа. Складываем 4 и 3, а затем получившееся число отнимаем от 100. Получается: 4+3=7, 100-7=93. Значит, в начале нашего числа стоит цифра 93. Затем найдем последние цифры необходимого нам числа: мы просто перемножаем 4 и 3. Получается 12 — это последние цифры нашего числа. У нас получилось число 9312. Значит 96×97=9312.

5. Секреты таблицы умножения

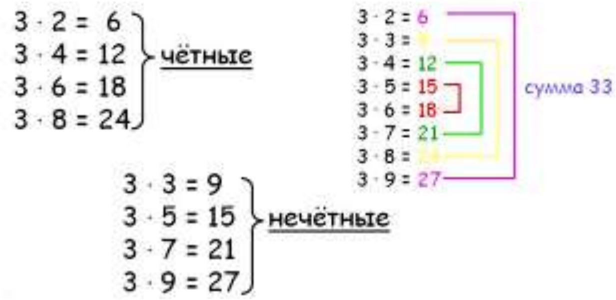
В чем же «секрет» самой простой таблицы умножения на 2? Если посмотреть внимательно, мы увидим ритмический повтор цифр в разряде единиц – 0,2,4,6,8.



Здесь можно увидеть пары произведений с одинаковой суммой – 22. Это связано с тем, что вторые множители этих пар в сумме дают число 11.

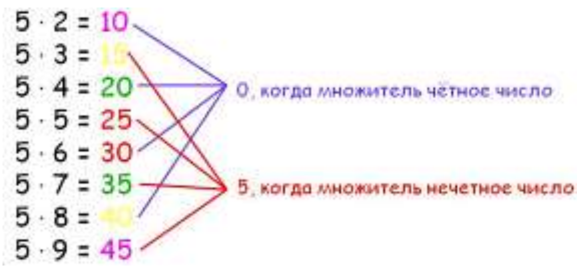


Рассмотрим таблицу умножения на 3. При умножении трех на четное число, результат произведения – четное число. При умножении на нечетное – нечетное число. Пары произведений дают в сумме – 33.



Не трудно догадаться, что у таблицы умножения на 4 будет много общего с таблицей умножения на 2, так как 4=2+2. Но будут и свои особенности. Легко найти пары произведений с одинаковой суммой 44, так как вторые множители в сумме дают число 11.

Таблица умножения на 5 имеет свои особые «секреты». В разряде единиц можно увидеть ритмический рисунок, который связан с чередованием четного и нечетного множителей.



Надо заметить, цифры десятков выстраиваются в натуральный ряд при умножении на четный и нечетный множитель. Пары произведений имеют одинаковую сумму 55.

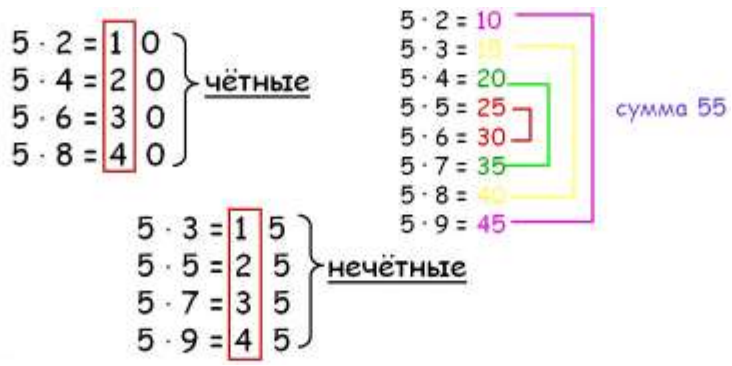
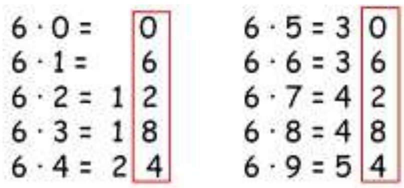


Таблица умножения на 6 на первый взгляд кажется совершенно обычной. Присмотревшись, можно увидеть, что цифры единиц образуют ритмический рисунок – 0,6,2,8,4.



Если второй множитель четное число, то он указывает на цифру единиц в произведении

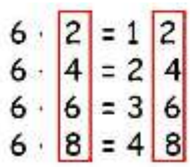
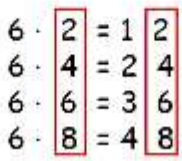


Таблица умножения на 6, богата поэтическими строчками: «шестью четыре – двадцать четыре», «шестью шесть – тридцать шесть», «шестью восемь – сорок восемь».



Легко найти пары произведений с одинаковой суммой 66

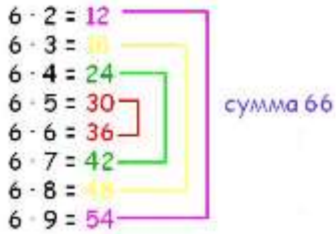
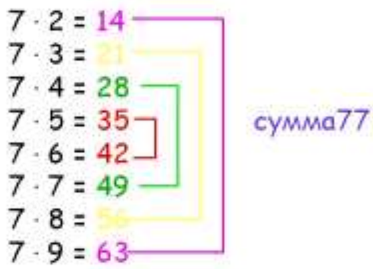
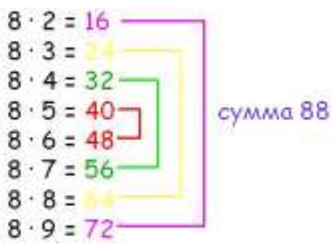


Таблица умножения на 7. Для легкости запоминания трудных случаев можно вернуться к рифме. Зная, что 7×4=28, представить 7×8=7×4+7×4=28+28=56. Из этого образуется рифма: «Семью восемь – два раза по двадцать восемь».

В умножении на 7, также выделяются пары произведений с одинаковой суммой – 77.



Таблицу умножения на 8 можно связать с уже изученными на 2 и 4. Легко найти пары с одинаково суммой – 88.



Все произведения – четные числа. В разряде едини ритмический повтор цифр – 0,8,6,4,2.

$8 \cdot 0 = 0$	$8 \cdot 5 = 40$
$8 \cdot 1 = 8$	$8 \cdot 6 = 48$
$8 \cdot 2 = 16$	$8 \cdot 7 = 56$
$8 \cdot 3 = 24$	$8 \cdot 8 = 64$
$8 \cdot 4 = 32$	$8 \cdot 9 = 72$

Таблица умножения на 9. Цифры, обозначающие число единиц и десятков, идут в порядке возрастания и соответственно убывания.

$$\begin{aligned}
9 \cdot 2 &= 18\\
9 \cdot 3 &= 27\\
9 \cdot 4 &= 36\\
9 \cdot 5 &= 45\\
9 \cdot 6 &= 54\\
9 \cdot 7 &= 63\\
9 \cdot 8 &= 72\\
9 \cdot 9 &= 81
\end{aligned}$$

Цифры десятков можно определить по второму множителю, уменьшив его на единицу. А число единиц можно определить путем дополнения до девяти число десятков.

$9 \cdot 2 = 1..$	$9 \cdot 2 = 1 + 8$
$9 \cdot 3 = 2..$	$9 \cdot 3 = 2 + 7$
$9 \cdot 4 = 3..$	$9 \cdot 4 = 3 + 6$
...	...

Интересно, что результаты произведения – «взаимообратные» числа имеющие одинаковый набор цифр и сумму 99.

$$\begin{aligned}
9 \cdot 2 &= 18\\
9 \cdot 3 &= 27\\
9 \cdot 4 &= 36\\
9 \cdot 5 &= 45\\
9 \cdot 6 &= 54\\
9 \cdot 7 &= 63\\
9 \cdot 8 &= 72\\
9 \cdot 9 &= 81
\end{aligned}$$

сумма = 99

Есть еще одна интересная зависимость, которая поможет выучить умножение на 9:

Девять умножить на один – от десяти отнять один. 9×1=10-1=9

Девять умножить на два – от двадцати отнять два: 9×2=20-2=18

Девять умножить на три – от тридцати отнять три: 9×3=30-3=27

Девять умножить на четыре – от сорока отнять четыре: 9×4=40-4=36

Девять умножить на пять – от пятидесяти отнять пять: 9×5=50-5=45

Девять умножить на шесть – от шестидесяти отнять шесть: 9×6=60-6=54

Девять умножить на семь – от семидесяти отнять семь: 9×7=70-7=63

Девять умножить на восемь – от восьмидесяти отнять восемь: 9×8=80-8=72

Девять умножить на девять – от девяноста отнять девять: 9×9=90-9=81

6. Практические аспекты исследования

Для того чтобы выяснить, знают ли современные школьники другие способы умножения и интересные способы запоминания таблицы умножения, был проведен опрос. Было опрошено 30 учащихся 3 «Б» класса лицея № 177 г. Казани. Для опроса были составлены следующие вопросы:

- Необходимо ли современному человеку уметь выполнять умножение?
- Умеете ли вы умножать?
- Можно ли умножать числа, не зная таблицы умножения?
- Хотели бы вы узнать разные способы умножения?
- Знаете ли вы секреты умножения?

В результате исследования выяснилось, что все опрошенные считают, что современному человеку необходимо уметь выполнять умножение и умеют умножать. Также выяснилось, что о других способах умножения знают 6 опрошенных и 24 опрошенных хотят узнать о других способах.

На занятиях по математике рассмотренные выше способы были представлены одноклассникам. Все ребята с интересом слушали и вникали в суть каждого способа. Большинству одноклассников они понравились, и им тоже захотелось научиться умножать необычным способом. Большинству одноклассников (16 чел.) понравился «Китайский» способ. Также были отмечены способы: «Итальянский», «Умножение на пальцах», «Японский» и «Способ молнии».

Выводы

Мы рассмотрели нестандартные способы умножения и выявили, что современный используемый алгоритм умножения натуральных чисел - не единственный. Из представленных нами необычных способов умножения, более интересным показался «китайский». Мы познакомили с ним своих одноклассников, научили им пользоваться, и он им тоже очень понравился. Ребята изучили секреты таблицы умножения, и это помогло сделать изучение умножения более интересным и легким. Используя некоторые из этих методов на уроках или дома, можно развить скорость вычислений, добиться успехов в изучении всех школьных предметов. Все рассмотренные нами методы вычислений говорят о многолетнем интересе и ученых, и простых людей к игре с цифрами. В результате исследования, было выявлено, что изучение истории счета, умножения, различных способов и интересных секретов, приводит к тому, что возрастает интерес учащихся к математике. Следовательно, они смогут использовать свои знания и умения в практической и повседневной жизни.

Литература

1. Гарднер М. Математические чудеса и тайны. - М., 1978.
2. Глейзер Г.И. История математики в школе. - М.,1981.
3. Депман И. «Рассказы о математике».– Ленинград.: Просвещение, 1954. – 140 с.
4. Олехник С. Н., Нестеренко Ю. В., Потапов М. К. «Старинные занимательные задачи». – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1985. – 160 с.
5. Перельман Я.И. Быстрый счет. Тридцать простых приемов устного счета. Л., 1941 — 12 с.
6. Савин А.П. Математические миниатюры. Занимательная математика для детей. - М.: Детская литература, 1998, 175 с.
7. Энциклопедия для детей. «Математика». – М.: Аванта +, 2003. – 688 с.
8. Энциклопедия «Я познаю мир. Математика». – М.: Астрель Ермак, 2004.
9. Китайско-Японская система умножения. http://uk-optimist.ru/spravka/obmen-opytom/450-kitajsko-yaponskaya-sistema-umnozheniya
10. Корнеев А.А. Феномен русского умножения. История. http://numbernautics.ru/
11. Нетрадиционные способы умножения многозначных чисел. http://ped-kopilka.ru/blogs/ana-valerevna-demeshko/netradicionye-sposoby-umnozhenija-mnogoznachnyh-chisel.html