

Октябрьский район
Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение
Гимназия №11 “Гармония”

**Барбакарь Валерия Евгеньевна,
Шурупова Софья Николаевна**
8 И класс

Научно-практическая работа по математике
Графики кусочно-заданных функций и их приложения

Руководитель проекта:
к.п.н., доцент каф. алгебры и математического анализа НГПУ;

Тропина Наталья Валерьяновна

Контактные телефоны:

+7 913 471-20-38

+7 913 451-87-10 (Валерия)

+7 913 470-35-08 (Софья)

Учитель математики:
учитель высшей категории;

Шпигунова Лариса Валерьевна

Новосибирск 2021

Содержание

Введение.....	3
Глава 1. Основные сведения о функциях.....	4
§1. Основные элементарные функции и их свойства	4
§2. Преобразование графиков функций	6
§3. Кусочно-заданные функции	9
Глава 2. Применения кусочно-заданных функций к решению задач	11
2.1. Текстовые задачи первого типа	12
2.2. Текстовые задачи второго типа	13
1.1. Движение объектов в одном направлении	Ошибка! Закладка не определена.
1.2. Движение объектов навстречу друг другу (в противоположных направлениях).....	14
1.3. Отдаление объектов друг от друга (в противоположных направлениях).....	17
1.4. Движение объекта с преградами (по течению, против течения).....	18
Глава 3. Задачи с параметром, решаемые графическим методом	20
3.1. Задачи с параметром	20
3.2. Задачи с параметром, решенные самостоятельно.....	21
Заключение	23
Список использованных источников	24

Введение

Данная работа посвящена кусочно-заданным функциям, их графикам, возможностям их применения в школьном курсе математики и в жизни.

Такие функции встречаются в чисто математических задачах, при решении уравнений, неравенств, в том числе с параметром. Они встречаются в статистических задачах (любая диаграмма может рассматриваться как график кусочной функции), при решении разного рода текстовых задач.

Цель работы: исследовать возможности применения графиков кусочно-заданных функций при решении задач.

Задачи работы.

1. Изучит подробно теорию об элементарных функциях, их свойствах, графиках.
2. Отработать навыки построения графиков с помощью преобразований.
3. Систематизировать знания про текстовые задачи, выделить основные виды.
4. Освоить графический метод решения текстовых задач разных видов.
5. Начать освоение графического метода решения задач с параметром.

В процессе работы пришлось использовать *поисковый метод*: работа с источниками информации, *теоретический*: изучать методическую и научно-популярную литературу по теме, *практический*: самостоятельное решение задач.

Работа состоит из трех глав, внутри каждая глава разбивается на пункты. Нумерация задач в каждой главе своя, нумерация рисунков сквозная по всей работе.

Глава 1. Основные сведения о функциях

§1. Основные элементарные функции и их свойства

Линейная функция

$$y = kx + m$$

x – независимая переменная,
 k и m – некоторые числа

Графиком линейной функции является прямая

Если $k > 0$, то линейная функция возрастает

Если $k < 0$, то линейная функция убывает

Если $+m$, то пересечение будет выше оси Ox

Если $-m$, то пересечение будет ниже оси Ox

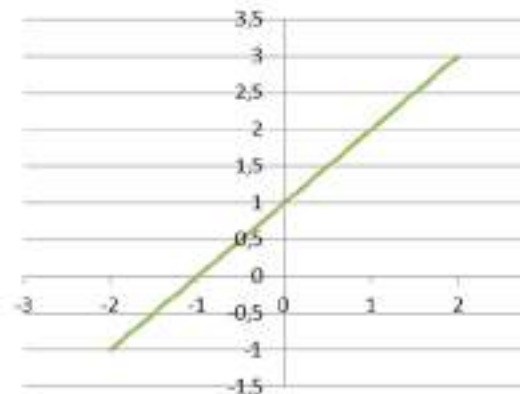


Рис.1. Линейная функция

Обратная пропорциональность

$$y = k/x$$

$$D(y): x \neq 0$$

$$E(y): y \neq 0$$

Промежутки

знакопостоянства:

при $k > 0$ $y > 0$, если $x > 0$;
 $y < 0$, если $x < 0$

при $k < 0$ $y > 0$, если $x < 0$;
 $y < 0$, если $x > 0$

Если $k > 0$, то функция возрастает

Если $k < 0$, то функция убывает

Графиком является гипербола

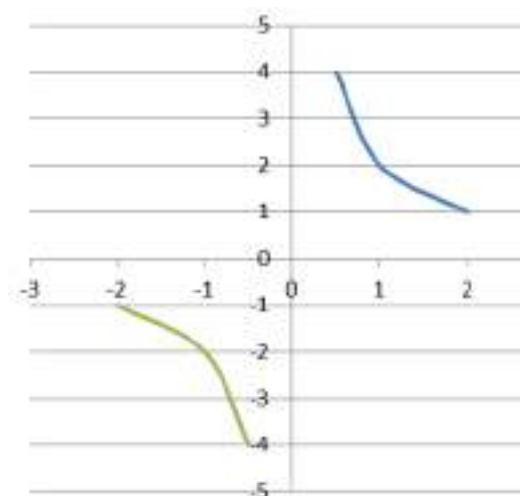


Рис.2. Обратная пропорциональность

Квадратичная функция

$$y = x^2$$

Графиком функции является парабола

$$D(y) = (-\infty; +\infty)$$

$$E(y) = [0; +\infty)$$

y наим. = 0, y наиб. – нет

Функция четная, график симметричен относительно оси ОУ

Функция неперiodическая

Значение аргумента $x = 0$ является нулем функции

На $(-\infty; 0]$ – функция убывает

На $[0; +\infty)$ – функция возрастает

Функция принимает положительные значения на множестве $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$, т.е. все точки параболы, кроме начала координат

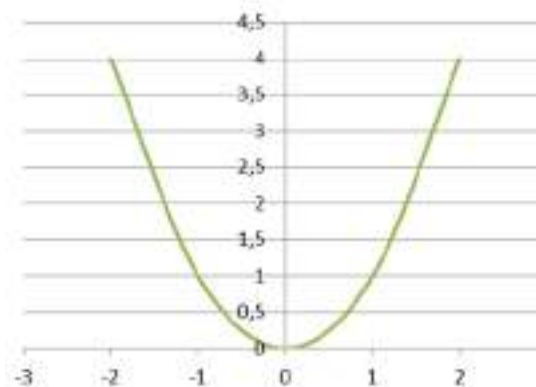


Рис.3. Квадратичная функция

Кубическая функция

$$y = x^3$$

Графиком является кубическая парабола

$$D(y) = (-\infty; +\infty)$$

$$E(y) = (-\infty; +\infty)$$

Функция нечетная, график симметричен относительно начала координат.

Точка пересечения с ОУ: (0;0)

Функция возрастает на множестве $(-\infty; +\infty)$

Не ограничена ни снизу, ни сверху.

Нет наибольшего и наименьшего значения.

Функция непрерывна.

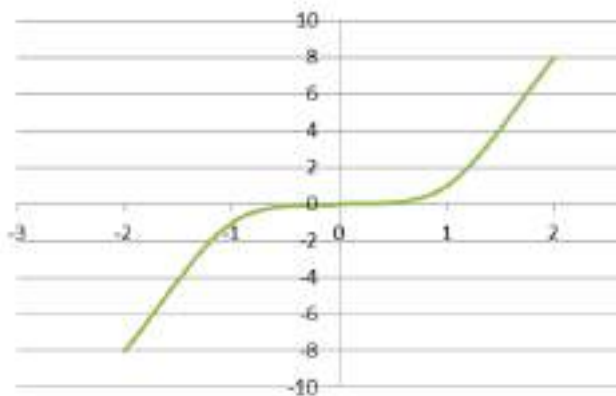


Рис.4. Кубическая функция

$$y = \sqrt{x}$$

Графиком является
ветвь параболы

$$D(y)=[0; +\infty)$$

$$E(y)= [0; +\infty)$$

Не является ни четной,
ни нечетной

Возрастает на луче $[0; +\infty)$

Ограничена снизу, не
ограничена сверху.

y наим. = 0, y наиб. –
нет

Функция непрерывна.

Функция выпукла
вверх.

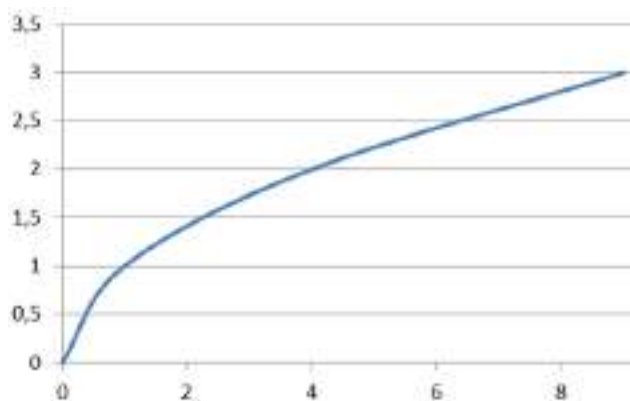


Рис.5. $y=\sqrt{x}$

$$y = |x|$$

$$D(y)=(-\infty; +\infty)$$

$$E(y)= [0; +\infty)$$

Функция четная

Возрастает на луче $[0; +\infty)$

Убывает на луче $(-\infty; 0]$

Ограничена снизу, не
ограничена сверху

y наим. = 0, y наиб. – нет

Функция непрерывна.

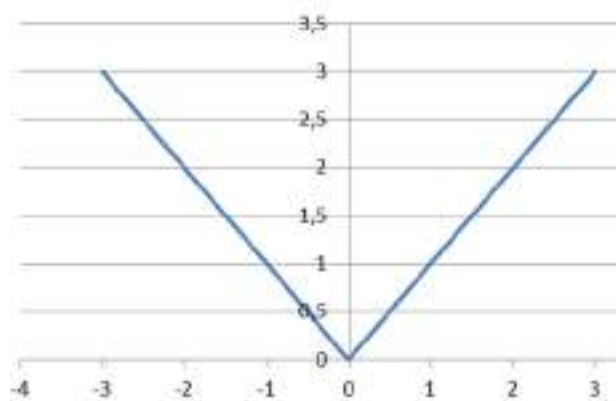


Рис.6. $y = |x|$

§2. Преобразование графиков функций

Параллельный перенос вдоль оси ОУ

График $y=f(x)+n$ получается из графика функции $y=f(x)$ параллельным переносом последнего вдоль оси ординат на n единиц вверх, если $n>0$, и на $|n|$ единиц вниз, если $n<0$.

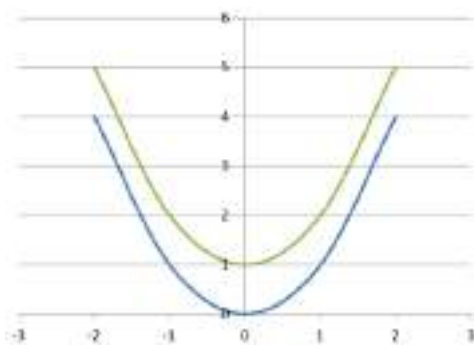


Рис.7. $y=f(x)+n, n>0$

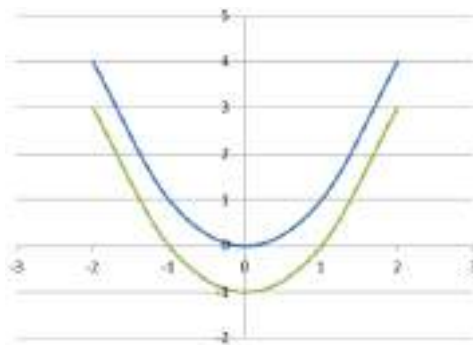


Рис.8. $y=f(x)+n, n<0$

Преобразование симметрии относительно оси ОХ

Если у нас есть произвольный график $y=f(x)$, то для построения графика $y=-f(x)$ необходимо график $y=f(x)$ симметрично отразить относительно оси ОХ. Преобразование симметрии – зеркальное отношение относительно прямой. График $y=-f(x)$ получается из графика функции $f(x)$ преобразованием симметрии относительно оси ОХ.

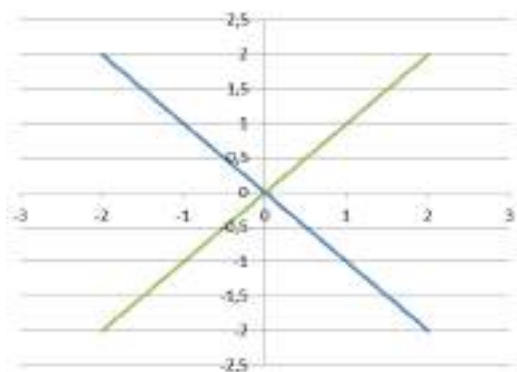


Рис.9. $y=x, y=-x$

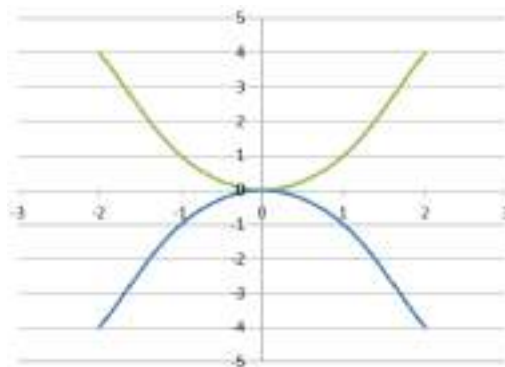


Рис.10. $y=x^2, y=-x^2$

Растяжение от оси ОХ и сжатие к оси ОХ

Чтобы построить график функции $y=kf(x)$, где $k<0$ и $k\neq 1$, нужно ординаты точек заданного графика умножить на k . Такое преобразование называется растяжением от оси ОХ с коэффициентом k , если $k>1$, и сжатием к оси ОХ, если $0<k<1$.

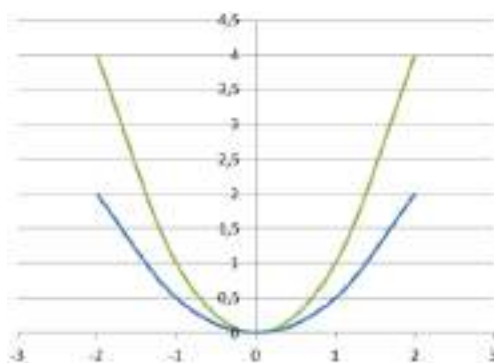


Рис.11. $y=kf(x)$, если $k>1$

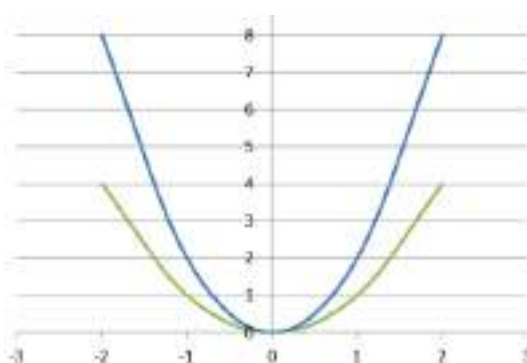


Рис.12. $y=kf(x)$, если $k<1$

Параллельный перенос вдоль оси ОХ

График $y=f(x+k)$ получается из графика функции $f(x)$ параллельным переносом последнего на k единиц влево, если $k>0$, и на $|k|$ единиц вправо, если $k<0$.

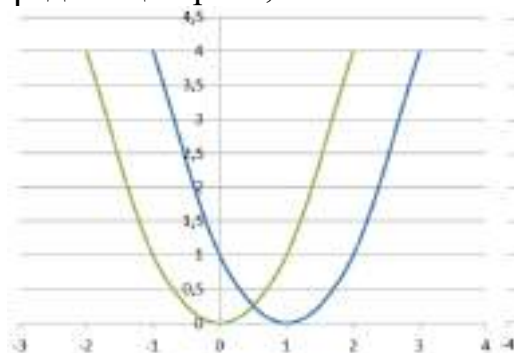


Рис.13. $y=f(x+k)$, при $k>0$

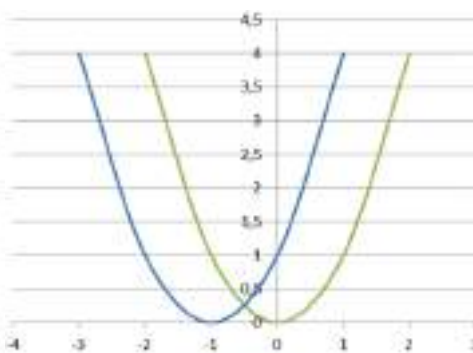


Рис.14. $y=f(x+k)$, при $k<0$

Растяжение от оси ОУ и сжатие к оси ОУ

График функции $y=f(kx)$, где $k>0$ и $k\neq 1$, получается из графика функции $f(x)$ сжатием с коэффициентом k к оси ОУ (если $0<k<1$, указанное «сжатие» фактически является растяжением с коэффициентом $1/k$).

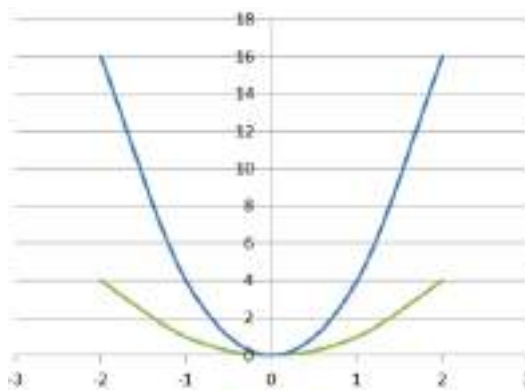


Рис.14 $y=f(kx)$, если $k>1$

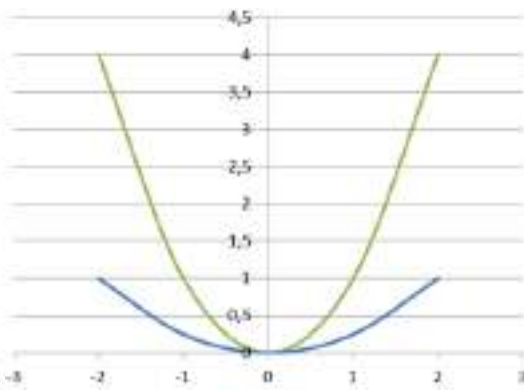


Рис.15 $y=f(kx)$, если $0<k<1$

Преобразование симметрии относительно оси ОУ

График $y=f(-x)$ получается из графика функции $f(x)$ преобразованием симметрии относительно оси ОУ.

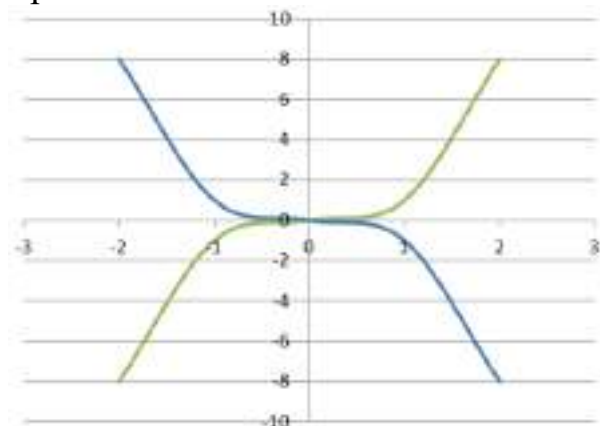


Рис.16. $y=f(-x)$, $y=f(x)$

§3. Кусочно-заданные функции

Кусочно-заданная функция – функция одной переменной, определенная на множестве вещественных чисел, заданная на каждом из промежутков, составляющих область определения, отдельной формулой или другим способом задания функции.

Таким образом, к кусочному заданию функций обращаются, когда одной формулой функцию задать нельзя, в этом случае:

- вся рассматриваемая совокупность значений аргумента делится на несколько отдельных промежутков.

На одном промежутке функция может быть линейной, на втором – другой, на следующем – третьей.

- Если на каждом из промежутков функция является линейной, то такую функцию называют кусочно-линейной, ее график – ломаным графиком.

Приведем примеры. На каждом из рисунков график заданной функции выделен зеленым цветом.

Пример 1. Построить график функции

$$y = \begin{cases} x + 3, & \text{если } x \geq 2, \\ -2x + 9, & \text{если } x < 2. \end{cases}$$

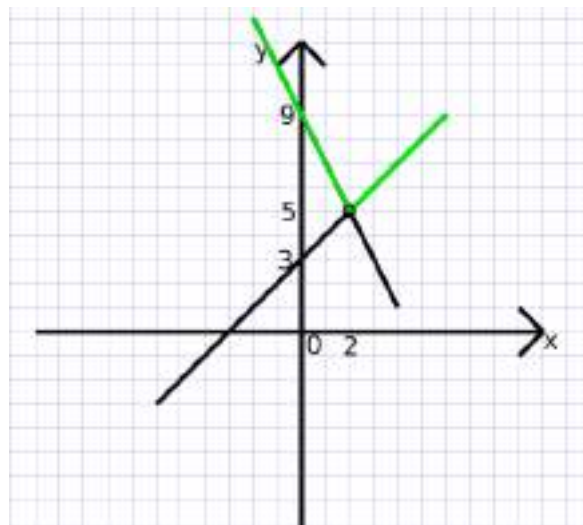


Рис.17. График функции к примеру 1

Пример 2. Построить график функции

$$y = \begin{cases} x + 3, & \text{если } -4 \leq x \leq -1, \\ -x + 3, & \text{если } 1 \leq x \leq 3. \end{cases}$$

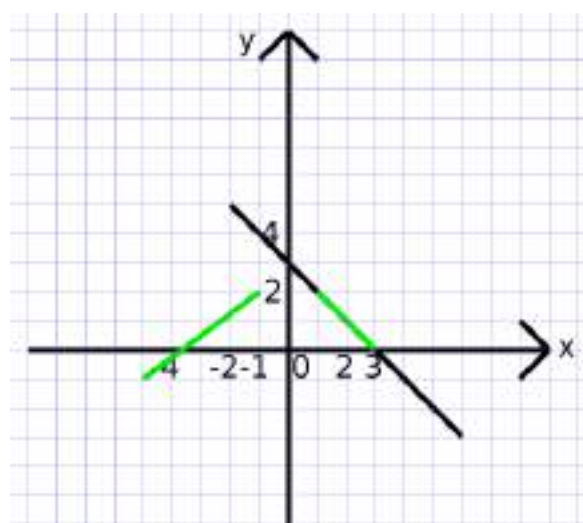


Рис.18. График функции к примеру 2

К кусочному заданию функций переходим, когда функция содержит переменную под знаком модуля, раскрывая модуль по определению.

Приведем примеры.

Пример 3. Построить график функции

$$y = ||x| - 2|$$

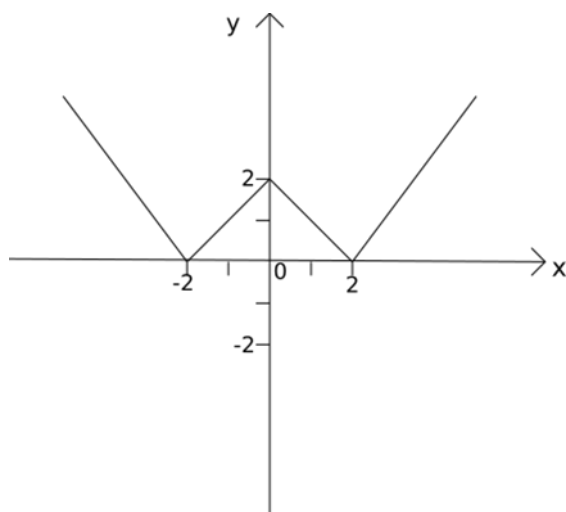


Рис.19. График функции $y = ||x| - 2|$

Перейдем к рассмотрению применений кусочно-заданных функций. В особенности кусочно-линейных и линейных функций.

Глава 2. Применения кусочно-заданных функций к решению задач

В данной главе рассмотрим применения кусочно-заданных функций для решения тестовых задач двух типов. Первый тип: задачи заданы на с помощью графика (диаграммы), по которой необходимо ответить на поставленные вопросы. И обратные к ним задачи, когда какой-то процесс необходимо представить графически. Такие задачи встречаются в математике, физике, географии, биологии, других науках. Их можно увидеть в экзаменационных материалах (ОГЭ, ЕГЭ, ВПР и др.)

Второй тип задач – это привычные задачи на движение, совместную работу, проценты, при решении которых бывает полезно применить графический метод.

При этом можно выделить следующие функции кусочных графиков.

- Иллюстрации.

Графики применяются для наглядности: для более понятного и доступного к восприятию отражения идеи решения или понимания условия задачи.

- Самоконтроль

Для контроля правильности решения задачи арифметическим или алгебраическим способами.

- Непосредственное решение

При непосредственном решении задачи графическим способом, необходимо проводить проверку правильности решения.

2.1. Текстовые задачи первого типа

На конкретных примерах покажем, как «работают» такие задачи.

Задача 1. (Составление задачи по данному графику)

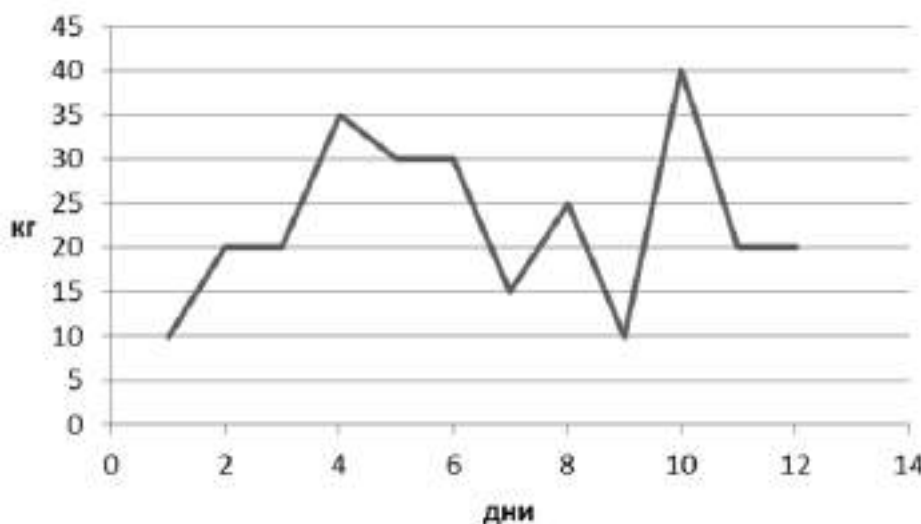


Рис. 20. График, по которому нужно составить задачи

На графике указано, сколько ежедневно во фруктовой лавке продавалось фруктов. По данному графику можно задать множество вопросов: а) пользуясь графиком, определите, сколько кг фруктов было продано за 12 дней; б) в какой день больше всего продали фруктов; в) в какой день меньше всего продали фруктов; г) сколько фруктов продали за первую неделю торговли; д) в какой день было продано 35 кг фруктов и т.п.

Задача 2. (Составление графика по условию задачи).

За 20 с с начала движения скорость поезда увеличилась до 20 м/с, потом поезд ехал с постоянной скоростью в течение 1 мин, далее в течение 40 с поезд начал снижать скорость пока не остановился. Постройте график движения поезда (изменения его скорости).

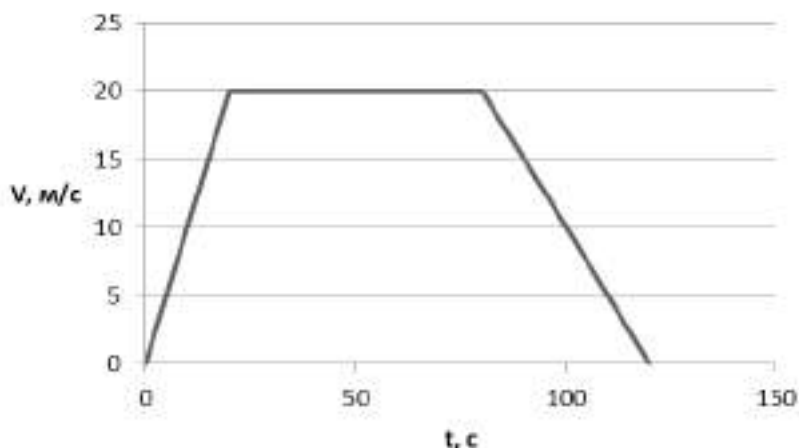


Рис. 21. График к задаче 2

2.2. Текстовые задачи второго типа

Текстовые задачи с применением графиков функций

Сначала рассмотрели основные виды тестовых задач, которые представлены на рис. 22.



Рис. 22. Виды тестовых задач

Среди них задачи на движение выделяются большим разнообразием. Выделим основные подвиды таких задач.

1. Задачи на движение нескольких объектов (чаще всего двух).

- 1.1. Движение объектов в одном направлении
- 1.2. Движение объектов навстречу друг другу (в противоположных направлениях)
- 1.3. Отдаление объектов друг от друга (в противоположных направлениях)
- 1.4. Движение объекта с преградами (чаще всего преградой является течение)
 - По течению

- Против течения
- 1.5. Движение объектов по замкнутому контуру
 - Навстречу (в противоположных направлениях)
 - Друг за другом (в одинаковом направлении)
- 1.6. Относительность движения объектов
 - Относительно неподвижного объекта (протяженного или непротяженного).
 - Относительно подвижного объекта (протяженного или непротяженного).

Начнем с задач на движение как наиболее разнообразных. Будем приводить графическое решение, а также другие способы решения таких задач. Приведем примеры задач только некоторых типов.

1.1. Движение объектов в одном направлении

Задача 3. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми равно 60 км, выехал автобус, а через 20 мин вслед за ним выехал легковой автомобиль, скорость которого на 20 км/ч больше скорости автобуса. Автобус пришел в пункт В на 10 мин позже легкового автомобиля. Найдите скорости автобуса и легкового автомобиля.

Решение. Переведем 20 минут в $1/3$ часа, 10 минут в $1/6$ часа.

Пусть x – V автобуса, тогда $(x+20)$ – V автомобиля. $60/x$ – время, за которое автобус преодолел путь. $60/(x+20)$ – время преодоления пути автомобилем. Также вычитаем 20, как время, которое автобус ехал без автомобиля.

Составим и решим уравнение:

$$60/x - 60/(x+20) - 1/3 = 1/6$$

$$60/x - 60/(x+20) = 1/2$$

$$(60x + 1200 - 60x)/x(x+20) = 1/2$$

$$1200/(x^2 + 20x) = 1/2$$

$$x^2 + 20x = 2400$$

$$x^2 + 20x - 2400 = 0$$

$$D = 400 + 4 * 2400 \Rightarrow D > 0$$

$$x = (-20 + \sqrt{10000})/2 = (-20 + 100)/2 = 40$$

Значит, V автобуса = 40 км/ч, следовательно,

V автомобиля $40+20 = 60$ (км/ч).

Ответ. 40 км/ч, 60 км/ч.

Составим график скоростей автомобиля (ОА) и автобуса (ОД). (Рис.

23)

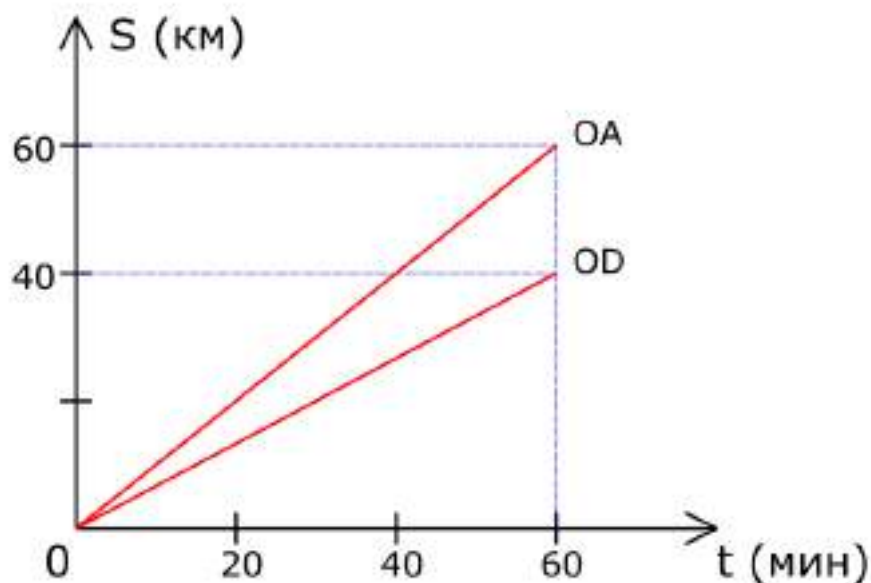


Рис. 23. Графическое решение задачи 3

1.2. Движение объектов навстречу друг другу (в противоположных направлениях)

Задача 4. Из пунктов А и В навстречу друг другу вышли два путника. Первый вышел из пункта А в 8 часов и пришел в пункт В в 17 часов. Второй вышел из пункта В в 9 часов и пришел в пункт А в 20 часов. Успели ли путники встретиться до 13 часов?

Решение.

1) Нарисуем траектории движения путников (см. рис. 24)

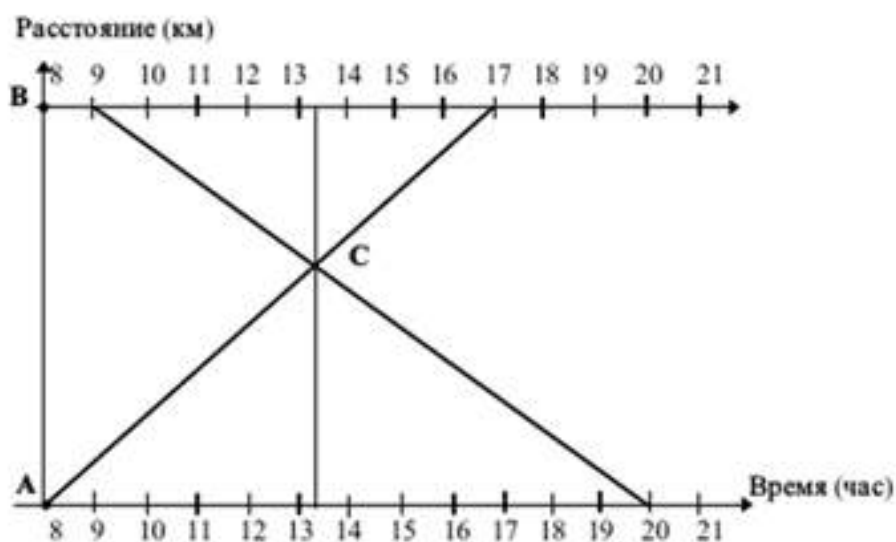


Рис. 24. Графический способ решения задачи 3.

2) Спроецировав точку С пересечения траекторий на ось времени, получим время встречи путников. Оно приближенно равно 13,4 часа. Мы

не можем утверждать, что точно нашли время, но на вопрос задачи мы можем ответить однозначно: до 13 часов путники встретиться не успеют.

Проверим ответ, решив задачу другим способом.

Арифметический способ.

1) Первый путник был в пути 9ч.; второй – 11ч.

2) Весь путь от А до В будем считать равным 99 условным единицам.

3) Скорость движения первого путника равна $99 : 9 = 11$ у.е./час

Второго – $99 : 11 = 9$ у.е./час

4) До 9 часов первый путник двигался один и прошел 11 у.е. пути. В 9 часов расстояние между путниками было равно $99 - 11 = 88$ у.е.

5) Скорость сближения путников после 9 часов равна $9 + 11 = 20$ у.е./час

6) Время движения до встречи $88 : 20 = 4,4$ часа

7) Время встречи $9 + 4,4 = 13,4$ часа

Ответ. Не успеют.

Задача 5. Пекарь, работающий за городом, ежедневно приезжает на станцию в 8 час. 30 мин. Точно в это же время подъезжает к станции автобус и, не задерживаясь, отвозит пекаря в пекарню. Однажды пекарь приехал на станцию в 8 часов и, не дожидаясь автобуса, пошёл к пекарне пешком. Встретив на пути автобус, он сел в него и приехал на завод на 10 минут раньше, чем обычно.

Определите, какое время показывали часы в момент встречи пекаря с автобусом.

Решение. Строим график зависимости расстояния (ось ОУ) от времени (ось ОХ). (Рис.24). Отсчет времени начнем с того момента, когда пекарь сошел со станции (8 часов). Отметим на ОХ точку встречи автобуса и пекаря в обычные дни (8 час. 30 мин.).

Графиком движения автобуса является сплошная синяя линия – 2 отрезка, которые встречаются в одной точке и наклонены под совершенно произвольным углом (так как масштаб по оси ОУ не фиксируется). Расстояние от пекарни до станции тоже не дано, поэтому концы отрезков обрываем в произвольных точках.

По условию задачи пекарь приехал в пекарню на 10 минут раньше, чем обычно. Тогда возьмем график движения в этот день синим штриховым отрезком прямой, параллельном правому лучу и расположенному так, что горизонтальное сечение графиков (FE) соответствует 10 мин. Этот отрезок при продолжении к прямой ОХ пройдет через точку В (8 часов 20 минут).

Образовавшаяся точка А указывает, в котором часу (OD) и на каком расстоянии (AD) от станции пекарь встретился с автобусом.

Следовательно, график движения пекаря от станции до встречи с автобусом – отрезок ОА, а весь график движения пекаря в этот день – ломаная ОАF (кусочная функция).

Треугольник АВС – равнобедренный. Следовательно, встреча пекаря с автобусом произошла в 8 час. 25 мин. Т.к. расстояние от станции до встречи пекарь прошёл за 25 мин, а автобус за 5, то соотношение скоростей $25:5=5:1$.

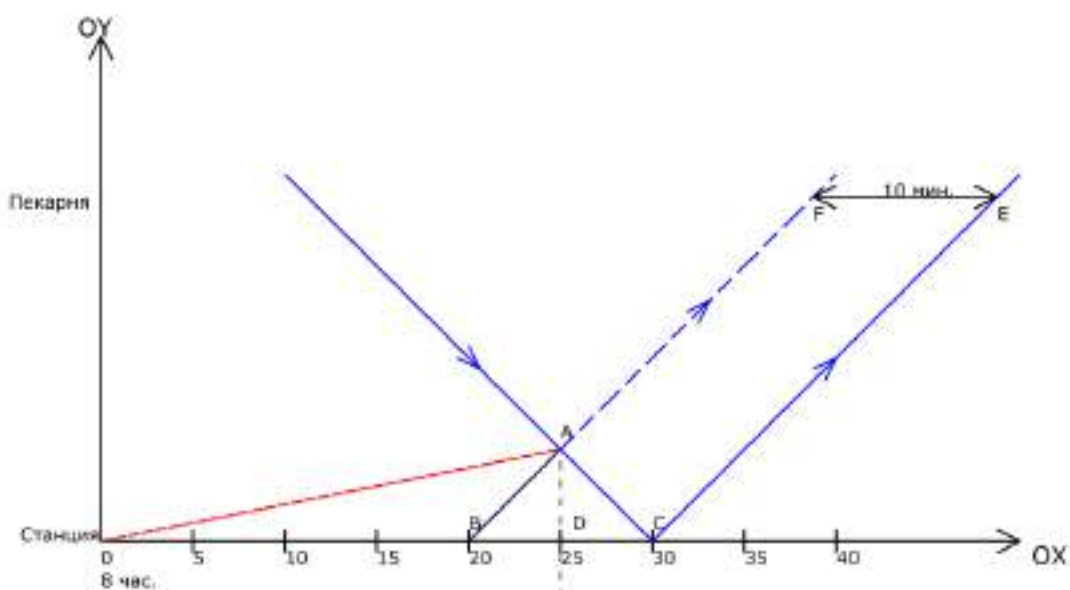


Рис.25. Графический способ решения задачи 4

1.3. Отдаление объектов друг от друга (в противоположных направлениях).

Задача 6. Два автомобиля одновременно выехали с одной парковки в противоположных направлениях со скоростями 60 и 50 км/ч. После некоторого времени расстояние между ними стало 220 км. Сколько времени прошло с момента выезда машин с парковки?

Решение. Построим два графика движения автомобилей, соответствующих данным: ОА – автомобиля со скоростью 50 км/ч, ОВ – 60 км/ч. (Рис.25)

Найдем скорость удаления – $V_1+V_2=110$ (км/ч). Проведем отрезок A_1B , равный и параллельный ОА. Следовательно, $A_1B+OB=110$ (км/ч).

$t=S:V_{удал}$. В результате, $t=220:110=2$ (ч). С помощью графика подтверждаем решение. Графиком движения является ломаная OBA_1 . Проекция точки A_1 на вертикальную ось (в данном случае это ось времени) дает ответ на вопрос задачи.

Действительно, встретятся через два часа.

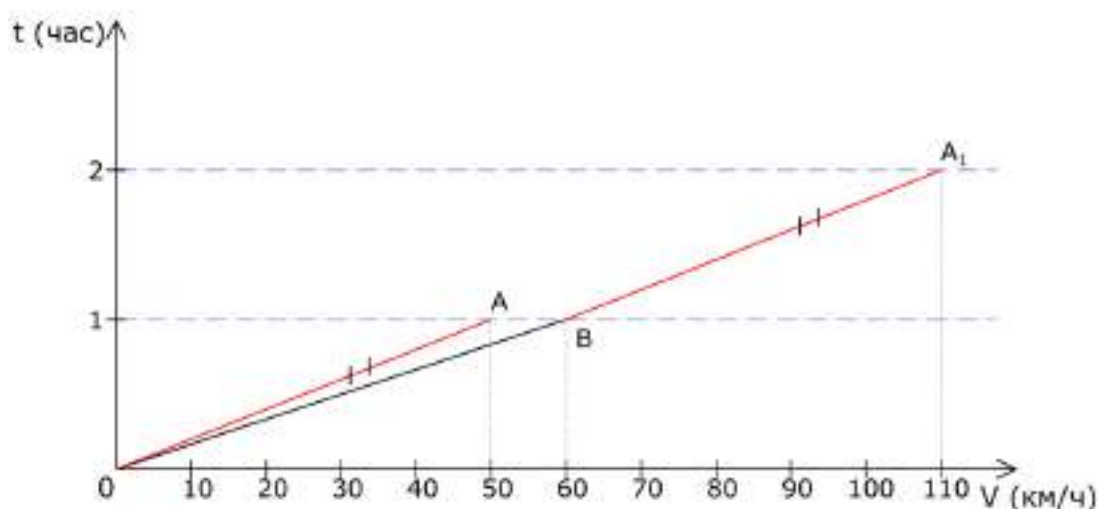


Рис. 26. Графическое решение задачи 5

1.4. Движение объекта с преградами (по течению, против течения).

Задача 7. Лодка прошла 8км по течению реки и 6км против течения, затратив на весь путь 1ч. 12 мин. Скорость течения реки составляет 3км/ч. Найдите скорость лодки.

Решение. Пусть $S_1 = 8$ километров (по течению), $S_2 = 6$ километров (против течения). $V_{\text{теч.}} = 3$ км/ч, V – собственная скорость лодки, тогда $t_1 = S_1/(V+3)$, $t_2 = S_2/(V-3)$.

$$t_1 + t_2 = 1,2 \text{ (час.)}$$

Подставим данные и решим уравнение (для простоты возьмем за $V_{\text{собств.}}$ переменную x):

$$8/(x+3) + 6/(x-3) = 1,2;$$

$$8/(x+3) + 6/(x-3) - 6/5 = 0;$$

$$(40(x-3) + 30(x+3) - 6(x+3) * (x-3)) / 5(x+3) * (x-3) = 0;$$

$$(40x - 120 + 30x + 90 - 6x^2 + 54) / 5(x+3) * (x-3) = 0;$$

$$(70x + 24 - 6x^2) / 5(x+3) * (x-3) = 0;$$

$$70x + 24 - 6x^2 = 0; 3x^2 - 35x - 12 = 0;$$

$$(3x + 1) * (x - 12) = 0 \Rightarrow x = -1/3 \text{ (но такого не может быть), } x = 12.$$

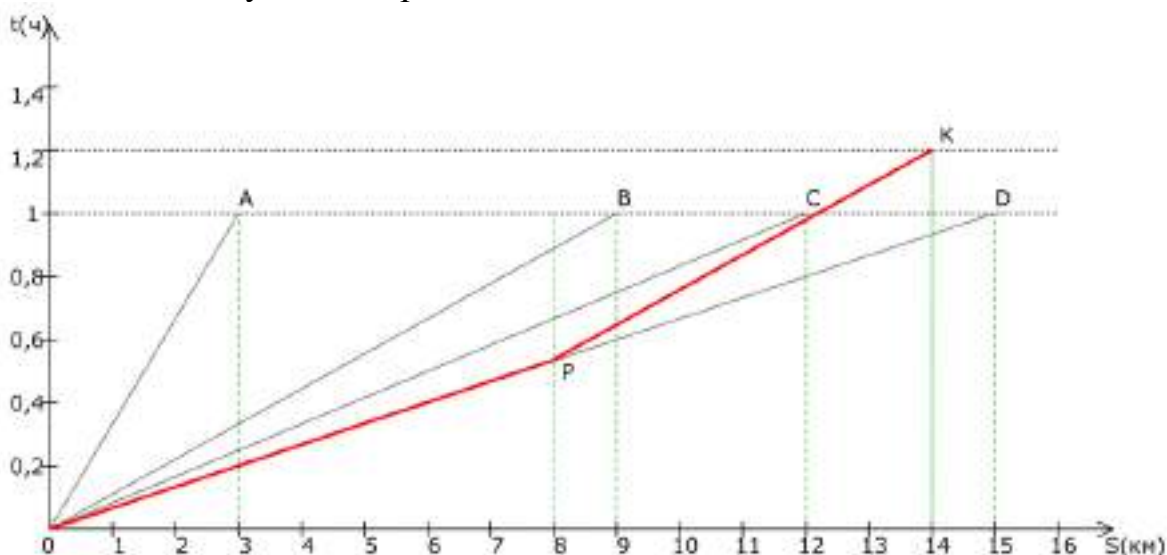
Значит, скорость лодки = 12 км/ч.

В этой задаче график построим с целью иллюстрировать и подтвердить полученное решение.

Чтобы построить график движения лодки (Рис. 26), найдем V по течению (V_1) и V против течения (V_2): $V_1 = 12 + 3 = 15$ (км/ч), $V_2 = 12 - 3 = 9$ (км/ч).

Строим отрезки, которые соответствуют данным задачи и решения. OA – $V_{\text{теч.}}$, OB – V_2 , OC – $V_{\text{собств.}}$, OD – V_1 .

Проектируем точку К на ось времени, получаем время в пути 1,2 часа, т.е. 1 час 12 минут. Все верно.



Ответ. 12 км/ч.

Задача 8. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за 5 дней выполняет такую же часть работы, какую второй – за 3 дня?

$$\begin{aligned} 1/(x+y) = 12 \text{ и } 5x = 3y &\Leftrightarrow y = 1/12 - x \text{ и } 5x = 3 * (1/12 - x) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow y = 1/12 - x \text{ и } 8x = 3/12 &\Leftrightarrow y = 1/12 - x \text{ и } x = 1/32 \Leftrightarrow \\ y = 5/96, x = 1/32. \end{aligned}$$

Ответ. 32 дня.

19

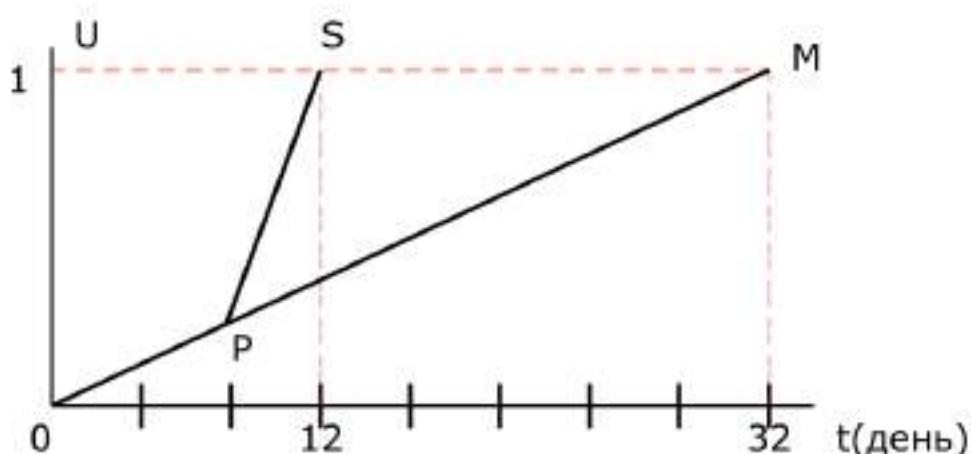


Рис.28. Графическое решение задачи 8

Глава 3. Задачи с параметром, решаемые графическим методом

Довольно часто кусочно-заданные функции встречаются в задачах с параметром, причем их можно часто решить графическим методом. Особенно это касается кусочно-линейных функций.

3.1. Задачи с параметром

Определение. *Параметр* – это независимая переменная, значение которой в задаче может быть заданным или произвольным действительным числом, или числом, принадлежащим какому-либо множеству. Уравнение с параметром в общем виде можно записать так

$$f(x, a)=0.$$

Параметров может быть несколько, тогда уравнение можно записать так: $f(x, a, b, c, \dots s)=0$.

В зависимости от типа уравнения можно рассматривать

Линейные уравнения $kx+b=0$, квадратные уравнения $ax^2+bx+c=0$, другие.

Нас будут интересовать уравнения с одним параметром.

Существуют разные способы решения задач с параметром, основные из которых: аналитический, графический, синтетический.

В соответствии с выбранной нами темой в работе будут рассмотрены задачи с параметром, решаемые графическим методом.

По формулировке задачи с параметром тоже отличаются друг от друга. Внимание в данной работе уделяется в основном задачам – аналогам задачи 22 ОГЭ, в которой требуется ответить на вопрос: «Найти все значения параметра p , при каждом из которых уравнение имеет

заданное количество решений». При этом предлагается использовать графический метод.

3.2. Задачи с параметром, решенные самостоятельно

Задача 1. Постройте график функции $y = f(x)$ и определите, при каких значениях p уравнение $f(x)=p$ имеет два корня.

$$f(x) = \begin{cases} -3(x+2)^2 - 1, & \text{если } -3 \leq x \leq -1 \\ 4x, & \text{если } -1 < x \leq 1 \end{cases}$$

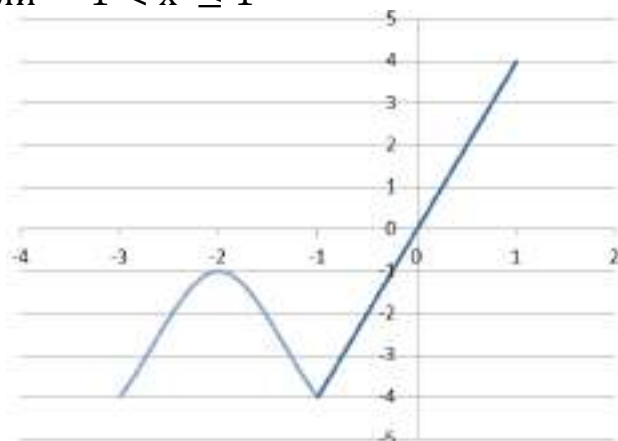


Рис.29. Рисунок к задаче 1

Сначала строим график кусочной функции $y = f(x)$. Заметим, что в точке $x = -1$ два куска графика совместились. Уравнение $y=p$ – это семейство прямых, параллельных оси OX . Когда такая прямая пересечет построенный график два раза? Либо когда прямая пройдет через вершину параболы, т.е. $p = -1$, либо прямая пройдет через угловую точку (где состыковались графики), а у этой точки ордината равна -4 , т.е. $p = -4$.

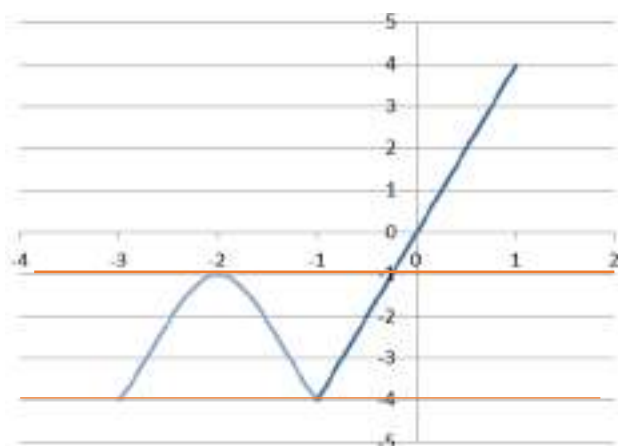


Рис. 30. Решение задачи 1

Ответ: $p = -1, p = -4$.

Задача 2. Построить график функции $y = |x - 1| - |x + 1| + x$ и найдите все значения p , при которых $y = px$ имеет с графиком одну общую точку.

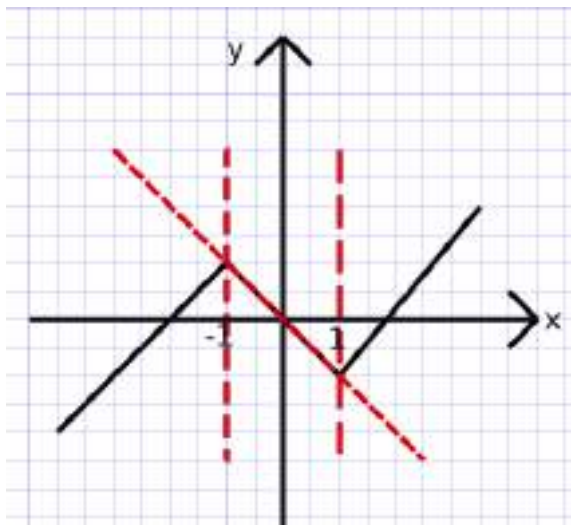


Рис. 31. Решение задачи 2

Построим график функции, раскрывая модули на промежутках и переходя к кусочному заданию

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{если } x \leq -1; \\ -x, & \text{если } -1 < x \leq 1; \\ x - 2, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

График функции – черная ломаная, изображенная на рисунке 29.

Уравнение $y = px$ задает множество прямых, проходящих через начало координат с угловым коэффициентом p .

При $p = -1$ прямая будет иметь с ломаной бесконечно много общих точек. Если $0 \leq p < 1$ или $-1 < p < 0$, то общих точек будет три. При остальных значениях p только одна общая точка.

Ответ: $p \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$

Заключение

В процессе работы над выбранной темой было выполнено следующее.

1. Систематизировали знания про известные функции, их свойства и графики.
2. Повторили правила преобразования графиков функций.
3. Определили кусочно-заданные функции, научились строить их графики.
4. Вспомнили, где в школьном курсе встречались с кусочными графиками.
5. Познакомились с новым способом решения текстовых задач: графическим, освоили его, решили самостоятельно 4 задачи.
6. Начали осваивать графический метод решения задач с параметром, который пригодится в дальнейшем. Решили самостоятельно две задачи.

В дальнейшем планируется применить графический метод решения к каждому из видов тестовых задач, выделенных в работе; рассмотреть многообразие задач с параметрами, решаемые графическим способом.

Работа над темой продолжается.

Список использованных источников

1. Рудин В. Н., Рудина Е. И. Графическое решение текстовых задач. Учебное пособие по математике для учителей и учащихся.: Изд.-е Томского ИПКРО. – Томск. – 1995. – 30с.
2. <https://interneturok.ru/lesson/algebra/9-klass/chislovyie-funktsii/osnovnye-pravila-preobrazovaniya-grafikov-funktsiy>
3. <http://www.algebraclass.ru/kubicheskaya-funkciya/>
4. <https://infourok.ru/prezentaciya-po-matematike-po-teme-zadaniya-s-parametrami-v-oge-2520057.html>
5. Островский А. И., Кордемский Б. А. Геометрия помогает арифметике. М. : Государс. изд-во физ-мат. литературы. – 1960.–139 с.
6. <https://infourok.ru/sistema-trenirovochnih-uprazhneniy-dlya-klassov-po-teme-reshenie-zadach-na-dvizhenie-po-techeniyu-i-protiv-techeniya-1788422.html>
7. <https://youclever.org/book/zadachi-na-dvizhenie-1/>
8. http://school-5sz.ucoz.ru/fedoseeva/o_zadachakh_s_parametrom.pdf